2003RP-05

Partage des coûts et tarification des infrastructures Partage des coûts dans l'entreprise et incitations

Marcel Boyer, Michel Moreaux, Michel Truchon

Rapport de projet
Project report

Montréal
Mai 2003

CIRANO
Centre interuniversitaire de recherche en analyse des organisations

CIRANO

Le CIRANO est un organisme sans but lucratif constitué en vertu de la Loi des compagnies du Québec. Le financement de son infrastructure et de ses activités de recherche provient des cotisations de ses organisations-membres, d'une subvention d'infrastructure du ministère de la Recherche, de la Science et de la Technologie, de même que des subventions et mandats obtenus par ses équipes de recherche.

CIRANO is a private non-profit organization incorporated under the Québec Companies Act. Its infrastructure and research activities are funded through fees paid by member organizations, an infrastructure grant from the Ministère de la Recherche, de la Science et de la Technologie, and grants and research mandates obtained by its research teams.

Les organisations-partenaires / The Partner Organizations

PARTENAIRE MAJEUR
. Ministère des Finances, de l'Économie et de la Recherche [MFER]

PARTENAIRES
. Alcan inc.
. Axa Canada
. Banque du Canada
. Banque Laurentienne du Canada
. Banque Nationale du Canada
. Banque Royale du Canada
. Bell Canada
. Bombardier
. Bourse de Montréal
. Développement des ressources humaines Canada [DRHC]
. Fédération des caisses Desjardins du Québec
. Gaz Métropolitain
. Hydro-Québec
. Industrie Canada
. Pratt & Whitney Canada Inc.
. Raymond Chabot Grant Thornton
. Ville de Montréal

. École Polytechnique de Montréal
. HEC Montréal
. Université Concordia
. Université de Montréal
. Université du Québec à Montréal
. Université Laval
. Université McGill

ASSOCIÉ AU :
. Institut de Finance Mathématique de Montréal (IFM^2)
. Laboratoires universitaires Bell Canada
. Réseau de calcul et de modélisation mathématique [RCM^2]
. Réseau de centres d'excellence MITACS (Les mathématiques des technologies de l'information et des systèmes complexes)

ISSN 1499-8610 (Version imprimée) / ISSN 1499-8629 (Version en ligne)

Partage des coûts et tarification des infrastructures
Partage des coûts dans l'entreprise et incitations*

Marcel Boyer†, *Michel Moreaux*‡, *Michel Truchon*§

Résumé / *Abstract*

Afin de choisir la bonne taille d'une infrastructure et d'économiser autant que possible sur les coûts d'investissement, il faut en général au responsable (le Centre dans le langage de ce rapport) certaines informations qui lui font typiquement défaut et pour lesquelles il doit s'en remettre à des agents ou partenaires, qui voudront utiliser leurs informations privilégiées de manière stratégique. Ce problème est endémique à toute société, toute alliance, tout partenariat et toute entreprise publique ou privée. Nous considérons dans ce rapport trois contextes spécifiques particulièrement importants. Dans le premier, une entreprise ou une alliance d'entreprises avec plusieurs divisions veut mettre en place une méthode de répartition des coûts communs qui incite les chefs de division ou les partenaires à contribuer à la minimisation ou du moins à la réduction de ces coûts communs. Dans les deuxième et troisième cas, le problème du partage des coûts communs se pose dans des contextes où les responsables de divisions sont les seuls à connaître certaines informations cruciales pour la détermination du programme optimal de l'entreprise ou l'alliance. L'entreprise doit alors inciter les divisions ou partenaires à révéler leurs informations privilégiées. Nous proposons une approche méthodologique qui permet d'obtenir des solutions souvent imparfaites mais du moins transparentes et éclairantes.

Mots clés : partage des coûts, information incomplète, incitations, performance.

In order to choose the proper size of an infrastructure and to save as much as possible on investment costs, it is necessary for the responsible party (the Centre in the language of this report) to have access to information that is typically known only by some agents or partners who may use their privileged information in a strategic way. These problems are endemic to all societies, alliances, partnerships and public or private businesses. We consider in this report three specific but important contexts. In the first one, a business or alliance with several divisions or partners want to set up a common cost sharing method that induces the division managers or partners to contribute to the minimisation or at least the reduction of the common costs. In the second and third cases, the sharing of common costs appears in contexts where the division managers are the only ones informed of crucial elements for the determination of the firm's optimal program of activities. It must then induce the divisions or partners to reveal their privileged information. In spite of the significant difficulties in analysing those problems, the methodological approach that we propose leads to solutions that are often imperfect but transparent and informative.

Keywords*: Cost sharing, incomplete information, incentives, performance.*

---

* Cette version du rapport a été remise au Ministère des Finances du Québec (MFQ) dans le cadre d'un partenariat de recherche entre le MFQ et le CIRANO. Les auteurs tiennent à remercier le Ministère pour son soutien financier. Il va de soi qu'ils sont les seuls responsables des opinions et analyses contenues dans ce document, qui ne représentent pas nécessairement celles du CIRANO ou du MFQ. Les auteurs acceptent également la responsabilité de toute erreur qui aurait pu se glisser dans le texte.

† CIRANO et Département de sciences économiques, Université de Montréal; **auteur principal**.

‡ LEERNA, IDEI, IUF, Université de Toulouse I.

§ CIRANO, CIRPÉE et Département d'économique, Université Laval.

Table des matières

1 Introduction

De manière générale, la répartition des coûts communs et la tarification des infrastructures peuvent avoir des effets incitatifs sur les agents concernés. Ainsi, le simple fait d'expliciter les coûts et de demander aux agents ou partenaires de contribuer à leur couverture exige de la transparence et est susceptible de responsabiliser les agents ou partenaires. C'est là un premier impact du partage des coûts et de la tarification sur les incitations et, dans plusieurs cas, c'est peut-être l'impact le plus important.

Nous considérons dans ce rapport[1] trois contextes spécifiques particulièrement importants. Dans le premier, une entreprise avec plusieurs divisions peut vouloir mettre en place une méthodologie de répartition des coûts communs qui incite les chefs de division à contribuer à la minimisation ou du moins à la réduction des coûts communs. De la même manière, une alliance d'organismes (individus, entreprises, villes) peut vouloir faire en sorte que la méthode de répartition des coûts (périodiques ou non) d'activités communes ou d'un ouvrage ou projet commun incite chaque partenaire à réduire, par ses efforts et initiatives, sa contribution aux coûts en question. Pour ce faire, la méthode de répartition doit satisfaire à une condition de monotonie forte qu'on va définir plus loin. Comme on le verra, cette condition est cependant incompatible avec le test du coeur, qui garantit qu'aucune division ou coalition de divisions ne voudra faire sécession. Au sein d'une entreprise, cela n'est cependant pas un problème majeur dans la mesure où une telle menace ne serait pas crédible.

Le deuxième cas considéré dans ce rapport est celui d'entreprise qui cherche à contrôler ou limiter les demandes formulées par les différentes divisions auprès de la direction générale (le centre) à celles qui vont contribuer le mieux à la réalisation des profits globaux de l'entreprise. Or, il arrive souvent que les responsables des divisions sont les seuls à connaître certains paramètres importants dans la détermination du programme de production optimal. La question est alors de savoir si on peut amener ces responsables à révéler correctement leur information privée, tout en réalisant l'objectif global de l'entreprise et en répartissant exac-

[1]Le présent rapport fait partie de la série de documents du CIRANO sur le partage des coûts et la tarification des infrastructure, dont la la liste apparaît en annexe.

tement le coût total des ressources demandées par les divisions entre ces dernières. On verra qu'il est parfois possible de faire révéler correctement l'information et de réaliser l'objectif global en sacrifiant souvent l'équilibre budgétaire.

Le troisième cas nous ramène au partage des coûts proprement dit, bien qu'il ne soit pas foncièrement différent du deuxième. Dans Boyer, Moreaux et Truchon (ci-après BMT) (2002a), on insisté sur le fait que la définition même du concept de coût commun pouvait impliquer un processus d'optimisation. Or, il peut arriver que la solution de ce problème implique à nouveau un problème de révélation d'information, en l'occurrence les demandes des différentes divisions. On étudiera un problème où le coût minimal de satisfaire à une configuration de demandes des divisions implique une production centralisée d'une partie de cette demande et la délégation aux divisions de l'autre partie. Dans la mesure où le coût de la production centralisée doit être réparti entre les divisions, ces dernières peuvent avoir intérêt à tricher puisqu'elle peuvent combler elles-mêmes leurs besoins qui ne l'auront pas été par le centre. Si on prend le problème dans toute sa généralité, les possibilités de faire révéler correctement l'information privée, tout en réalisant l'objectif global de l'entreprise et en répartissant exactement le coût total de la production centralisée entre les divisions, sont également limitées. Cependant, on verra qu'il est possible d'y arriver dans certains contextes particuliers.

2 Partage des coûts et incitations à la performance

Comme l'a montré Shubik (1962), la répartition des coûts communs dans l'entreprise peut être vue comme un jeu coopératif entre les divisions de l'entreprise, Or, dans BMT (2002b), les problèmes d'incitation à la performance ou de toute autre nature n'ont été abordés qu'indirectement. Ainsi, les propriétés de participation (PA) et du coeur (CO) sont en fait des propriétés ou conditions d'incitation à la participation de la part des entités individuelles ou de sous-groupes d'entres elles. Les propriétés de monotonie des contributions par rapport aux coûts (MCT) ou à la demande (MD) peuvent être vues comme des conditions d'incitation à la performance. L'utilisation d'une méthode de répartition de coûts à l'intérieur de l'entreprise qui satisfait à (MCT) va inciter les divisions à être le plus efficace possible en leur garantissant que leurs efforts en ce sens ne vont pas les pénaliser. Une méthode qui satisfait à (MD) va les inciter à limiter leurs demandes au nécessaire.

Malheureusement, comme on l'a montré dans BMT (2002b), il n'y a pratiquement que la règle des coûts moyens qui satisfait à (MCT). Cette dernière n'est utilisable que dans les contextes unidimensionnels, ceux où la demande s'exprime par un seul nombre et où la demande totale est la somme des demandes individuelles. Cependant, s'agissant d'inciter les divisions d'une entreprise à l'efficacité, (MCT) est peut-être trop forte. Elle exige qu'aucune division ne soit pénalisée par une baisse de coûts, peu importe qui est responsable de cette baisse. Il y a peut-être lieu de limiter les gains qui peuvent être retirés d'une baisse de coûts à celles dont la division est elle-même responsable. Ainsi, Young (1985b, 1994) définit une condition, qu'il appelle *monotonie forte* mais qui est quand même plus faible que (MCT), et qui dit que si une division réussit à abaisser le coût incrémental de se joindre à d'autres, elle ne devrait pas en être pénalisée.[2] La règle Shapley-Shubik satisfait à cette condition. En fait, comme le montre Young, elle est la seule à satisfaire à cette condition tout en traitant les entités de façon anonyme. Ce résultat renforce l'intérêt de la règle Shapley-Shubik comme méthode de répartition des coûts communs dans de tels contextes. Young (1985a) formule une condition semblable pour la règle Aumann-Shapley.

Young (1994) a considéré une condition de monotonie encore plus faible qu'il appelle *monotonie en coalition*. Elle requiert qu'aucune division ne soit pénalisée par une baisse de coût des sous-groupes de divisions auxquels elle appartiendrait si le coût des divisions auxquelles elle n'appartient pas ne changeait pas.[3] La *monotonie forte* implique la *monotonie en coalition* mais l'inverse n'est pas vrai.

[2] Formellement, étant donnée une paire de fonctions de coût c et c' et un $i \in N$ tels que $c(S \cup \{i\}) - c(S) \leq c'(S \cup \{i\})\, c'(S)$ pour tout $S \subset N \backslash \{i\}$, alors $x_i(c) \leq x_i(c')$.

[3] Formellement, étant donnée une paire de fonctions de coût c et c' et un $i \in N$ tels que $c'(S) \leq c(S)$ pour toute coalition S comprenant l'entité i et $c'(S) = c(S)$ pour toute coalition S ne comprenant pas l'entité i, alors $x_i(c') \leq x_i(c)$.

Malheureusement, comme le montre Young lui-même, le choix d'une formule de répartition *monotone en coalition* peut ne pas être suffisant pour vraiment inciter les divisions a réduire leur contribution aux coûts communs. En effet, si les efforts de réduction d'une division sont annulés par une augmentation des besoins exprimés par les autres divisions, la règle de partage peut quand même imputer à la division plus efficace un montant de coûts communs plus élevé que précédemment. Considérons l'exemple suivant avec deux divisions.[4] La ressource commune est un entrepôt utilisé par les deux divisions et la fonction de coût est donnée par :

$$c(\varnothing) = 0,\ c(\{1\}) = 40,\ c(\{2\}) = 60,\ c(\{1,2\}) = 75,$$

En mots, l'entreprise a besoin d'un entrepôt dont le coût est 75$ par mois. La division 1, si elle faisait cavalier seul, aurait besoin d'un entrepôt dont le coût est 40$ et la division 2, si elle faisait cavalier seul, aurait besoin d'un entrepôt de 60$. Supposons que le partage des coûts communs de l'entrepôt soit proportionnel au coût pour chaque division de faire cavalier seul[5], ce qui donne $x_1 = 30$ et $x_2 = 45$. Supposons maintenant que la division 1 réduise ses besoins autonomes d'entreposage de 40$ à 39$ alors que la division 2 augmente les siens de 60$ à 71$, faisant de ce fait passer le coût de l'entrepôt commun à 85$. Formellement la fonction de coût c est changée pour c' :

$$c'(\varnothing) = 0,\ c'(\{1\}) = 39,\ c'(\{2\}) = 71,\ c'(\{1,2\}) = 85$$

La répartition des coûts communs par la règle de Moriarity donne maintenant $x_1 = 30.1$ et $x_2 = 54.9$. La division 1 se trouve ainsi pénalisée, malgré ses gains d'efficacité, à cause de la perte d'efficacité de la division 2. Pourtant, la règle de Moriarity satisfait à la *monotonie en coalition* mais cette propriété est sans effet ici parce que le coût d'une coalition à laquelle

[4] La répartition des coûts communs dans l'entreprise peut être vue comme un jeu coopératif entre les divisions de l'entreprise, comme que l'a montré Shubik (1962). En s'inspirant de Young (1994), $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ représente l'ensemble des divisions d'une entreprise, S est un regroupement de certaines d'entre elles et $c(S)$ est le coût communs que devrait encourir ce regroupement de divisions si l'entreprise ne comprenait que ces dernières.

[5] Il s'agit de la règle de Moriarity (1975), décrite dans BMT (2002a)

la division 1 n'appartient pas, nommément le coût de faire cavalier seul de la division 2, a changé également. Ce même exemple montre que la règle de Moriarity viole la *monotonie forte*. On a en effet $c(\{1,2\}) - c(\{2\}) = 15 > 14 = c'(\{1,2\}) - c'(\{2\})$. Autrement dit, le coût incrémental de la division 1 diminue au passage de c à c'. D'après la *monotonie forte*, elle devrait en profiter et non être pénalisée comme c'est le cas avec la règle de Moriarity. Elle en profiterait si on utilisait plutôt la règle Shapley-Shubik qui, comme on l'a vu plus haut, satisfait à la *monotonie forte*. Cette règle donne en effet $x_1(c) = 27.5,\ x_2(c) = 47.5$ et $x_1(c') = 26.5,\ x_2(c') = 58.5$. De plus, les deux divisions y trouvent leur compte, dans la mesure où leurs parts des coûts sont inférieures à leurs coûts de faire cavalier seul. Autrement dit, la répartition satisfait au test du coeur avec les deux fonctions de coût.

Cependant, bien que la *monotone en coalition* soit une condition relativement faible comme on vient de le voir, elle est incompatible avec le test du coeur de façon générale. En effet, Young (1994) montre, à l'aide d'un exemple ingénieux, qu'il n'existe pas de règle de partage *monotone en coalition* qui donne toujours une répartition dans le coeur, du moins lorsque le nombre de joueurs dépasse 4.[6]

Le problème n'est pas catastrophique dans plusieurs contextes dont celui d'une entreprise où, comme mentionné plus haut, la menace de sécession, et donc la contrainte d'appartenance au coeur, n'est pas réelle. Il est en général plus important pour une entreprise d'implanter un règle de partage des coûts communs qui incite à la performance que d'implanter une règle qui assure la loyauté des directeurs de division, qui, de toute façon, n'ont pas la liberté de faire sécession. Il en est de même dans plusieurs autres cas où les partenaires, bien que légalement autonomes, n'ont pas vraiment la liberté de faire sécession, dans la mesure où la coopération (coalition) est imposée aux partenaires par une autorité supérieure telle un gouvernement ou qu'elle s'impose pour des raisons stratégiques plus globales.

[6] La preuve de Young est présentée en annexe.

3 Partage des coûts et révélation des fonctions de revenu

Nous abordons maintenant une question différente, à savoir celle des prix de transfert lorsque la direction générale (le centre) ne connaît pas très bien la productivité des différentes divisions dans leur utilisation respective des ressources communes. De manière précise, supposons que chaque division $i = 1, \ldots, n$ d'une entreprise demande au centre une quantité q_i d'un intrant qu'elle va transformer, avec une technologie inconnue du centre, en produits spécifiques qu'elle va ensuite vendre sur les marchés. Soit $r_i(q_i)$ le revenu maximal net que la division i peut obtenir de la quantité q_i d'intrant. Le centre ne connaît pas la fonction r_i. Par contre, il connaît le coût $C(Q)$ de produire le vecteur d'intrants $Q = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$ demandés par les divisions. L'entreprise (le centre) veut maximiser ses profits nets. Elle cherche à résoudre le problème :

$$\max_Q \sum_{i=1}^{n} r_i(q_i) - C(Q) \tag{1}$$

Vu que la fonction de revenu net $r_i(q_i)$ n'est bien connue que de la division i, le centre doit définir un mécanisme pour inciter les directeurs de division à révéler leurs fonctions r_i, dans l'intérêt général de l'entreprise.

La procédure recherchée peut être envisagée comme suit. Le centre demande à chaque division i de lui communiquer r_i. Il faut cependant admettre que la division i puisse tricher et transmettre une fonction $m_i \neq r_i$. Sur la base des messages $m = (m_1, \ldots, m_n)$, le centre détermine ensuite un programme de production $\hat{q}(m) = (\hat{q}_1(m), \ldots, \hat{q}_n(m))$ et impose à chaque division i une charge $g_i(m)$. Le couple $(\hat{q}, g)$, où $g(m) = (g_1(m), \ldots, g_n(m))$, est un *mécanisme.*

Ce mécanisme doit faire en sorte que le programme de production choisi par le centre maximise les profits nets de l'entreprise sous l'hypothèse que les messages des divisions sont véridiques. On définit donc :

$$\hat{q}(m) = \arg\max \sum m_i(q_i) - C(q) \tag{2}$$

Idéalement, la fonction g devrait être une règle de répartion des coûts, i.e. permettre de couvrir exactement les coûts :

$$\sum_{i=1}^{n} g_i(m) = C(\hat{q}(m))$$

Afin que les divisions aient intérêt à transmettre la bonne information au centre et que la solution de (2) soit celle de (1), le mécanisme choisi par le centre doit satisfaire à une *contrainte incitative* :

$$\forall i,\ \forall m : r_i(q_i(r_i, m_{-i})) - g_i((r_i, m_{-i})) \geq r_i(q_i(m)) - g_i(m),$$

où l'expression de gauche représente le profit net de la division lorsqu'elle dit la vérité $(r_i(q_i))$ et celle de droite le profit net de la division pour un autre message m_i. Autrement dit, la vérité doit toujours donner un meilleur profit que n'importe quelle falsification.

Un premier résultat important, dû à Green et Laffont (1977), veut qu'il n'existe pas de mécanisme, comme celui envisagé plus haut, qui permette, pour toute fonction de coût C et toutes fonctions de revenu r_i, à la fois de couvrir exactement les coûts communs du centre, de maximiser les profits nets et de satisfaire aux contraintes incitatives de toutes les divisions. Par contre, dans le présent contexte, il est possible d'obtenir des mécanismes qui satisfont à deux des trois exigences, plus précisément la maximisation des profits nets et le respect des contraintes incitatives, mais qui ne permet pas de couvrir exactement les coûts communs du centre.[7] Il s'agit des *mécanismes de Groves*, dont il existe une classe importante. Nous présentons deux de ses membres dans les deux prochaines sous-sections.

3.1 Un mécanisme de Groves

En plus de la solution $\hat{q}(m)$ du problème (2), considérons le programme de production, $\hat{q}(m_{-i})$ qui maximise les profits lorsque le profit et le message de la division i sont ignorés :

$$\hat{q}(m_{-i}) = \arg\max_{Q} \sum_{j \neq i} m_j(q_j) - C(Q)$$

[7] Dans le cas spécifique d'une entreprise, la condition d'équilibre est sans doute moins importante que l'efficacité.

On imagine facilement que $\hat{q}_i(m_{-i}) = 0$ mais cela n'est pas essentiel à notre propos. Soit $P_i(m)$ le profit total obtenu si tous les messages sont pris en compte pour déterminer le programme de production même si le revenu net de la division i est ignoré par le centre et soit $P_i(m_{-i})$ le profit total obtenu si le message **et** le revenu de la division i sont tous deux ignorés par le centre :

$$\begin{aligned} P_i(m) &= \sum_{j \neq i} m_j(\hat{q}_j(m)) - C(\hat{q}(m)) \\ P_i(m_{-i}) &= \sum_{j \neq i} m_j(\hat{q}_j(m_{-i})) - C(\hat{q}(m_{-i})) \end{aligned}$$

On définit ensuite g comme suit :

$$g_i(m) = P_i(m_{-i}) - P_i(m)$$

Notons que :

$$P_i(m_{-i}) - P_i(m) = C(\hat{q}(m)) - C(\hat{q}(m_{-i})) + \sum_{j \neq i} m_j(\hat{q}_j(m_{-i})) - \sum_{j \neq i} m_j(\hat{q}_j(m))$$

Le premier terme de cette expression (le terme en C) est le coût incrémental (ou marginal, d'où le nom CM) de prendre en compte le message de la division i et le deuxième est l'impact, sur le revenu net des autres divisions, de cette prise en compte. La division i doit donc en quelque sorte payer pour l'externalité pécuniaire que sa présence impose aux autres, en plus de son coût incrémental.

L*e mécanisme* $(\hat{q}, g)$ ainsi défini, qu'on appellera CM, *maximise les profits de l'entreprise et satisfait à la contrainte incitative*. C'est précisément le terme rerprésentant l'externalité qui assure le respect de la contrainte incitative.

Propriété incitative du mécanisme

Dans le choix de son message, un chef divisionnaire rationnel cherchera à résoudre :

$$\max_{m_i} r_i\left(\hat{q}_i(m_i, m_{-i})\right) - \sum_{j \neq i} m_j(\hat{q}_j(m_{-i})) + \sum_{j \neq i} m_j(\hat{q}_j(m)) - C(\hat{q}(m)) + C(\hat{q}(m_{-i}))$$

Comme les termes $\sum_{j \neq i} m_j(\hat{q}_j(m_{-i}))$ et $C(\hat{q}(m_{-i}))$ ne dépendent pas de son message, son problème est équivalent à :

$$\max_{m_i} r_i\left(\hat{q}_i(m_i, m_{-i})\right) + \sum_{j \neq i} m_j(\hat{q}_j(m)) - C(\hat{q}(m))$$

Le meilleur message est donc celui qui va conduire à une valeur de Q qui maximise $r_i\left(q_i\right) + \sum_{j \neq i} m_j(q_j) - C(Q)$. Comme le choix de Q est l'apanage du centre, le meilleur message est manifestement r_i, pour que le maximande du problème (2) résolu par le centre soit précisément $r_i\left(q_i\right) + \sum_{j \neq i} m_j(q_j) - C(Q)$. Le raisonnement étant le même pour tout i, on est assuré que les divisions vont rapporter leur véritable r_i, ce qui va permettre au centre de trouver le programme de production Q qui maximise le profit de l'entreprise $\sum_{i=1}^n r_i(q_i) - C(Q)$.

La contrainte de participation ou de rationalité individuelle

Le profit net de la division i est donné par :

$$\left(\sum_{j=1}^n r_j(\hat{q}_j(r)) - C(\hat{q}(r))\right) - \left(\sum_{j \neq i} r_j(\hat{q}_j(r_{-i})) - C(\hat{q}(r_{-i}))\right)$$

Comme $\hat{q}_j(r_{-i})$ est une solution admissible du problème (1), il est clair que :

$$\sum_{j=1}^n r_j(\hat{q}_j(r)) - C(\hat{q}(r)) \geq \sum_{j \neq i} r_j(\hat{q}_j(r_{-i})) - C(\hat{q}(r_{-i}))$$

Autrement dit, le mécanisme MC procure un profit non négatif à chaque division. Dans la mesure où on a postulé $f_i\left(0\right) = 0$, cela signifie qu'il satisfait à la contrainte de participation volontaire, qu'on va appeler «rationalité individuelle» dans la prochaine section.

La contrainte budgétaire

La somme des montants collectés par le centre sous ce mécanisme est donnée par :

$$\sum_{i=1}^n \left(C(\hat{q}(r)) - C(\hat{q}(r_{-i}))\right) + \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j \neq i} r_j(\hat{q}_j(r_{-i})) - \sum_{j \neq i} r_j(\hat{q}_j(r))\right)$$

La première partie de cette expression est la somme des coûts incrémentaux des divisions (les coûts de les prendre en compte une à une, en plus des autres). En présence d'économies d'échelle, elle est au mieux égale à $C(\hat{q}(r))$.[8] Autrement, ce terme est négatif. Les économies d'échelle entraînent également $\hat{q}_j(r_{-i}) \leq \hat{q}_j(r)$. En effet, la prise en compte du message de la division i ne doit pas entraîner de diminution de la production destinée aux autres divisions, dans la mesure où cette dernière est susceptible de contribuer à abaisser les coûts moyens. Le deuxième terme des recettes totales du centre ne peut donc être positif. En présence d'économies d'échelle, le centre ne peut donc pas espérer recouvrer tous ses coûts avec ce mécanisme. C'est qu'on vérifie dans l'exemple qui suit.

Exemple

Il y a trois divisions et, pour chacune d'entre elles, $q_i \in \{0, 1\}$. En mots, ou bien la division est fermée, au moins temporairement, ou bien elle opère à pleine capacité. Cette dernière éventualité est représentée par $q_i = 1$. Les revenus qui peuvent être obtenus en gardant les différentes divisions en opération sont donnés par :

$$r_1(1) = 6, \quad r_2(1) = 8, \quad r_3(1) = 8$$

Ces revenus sont inconnus du centre. Ils sont évidemment nuls si la division est fermée. Les coûts sont donnés par :[9]

$$C(1,0,0) = 3, \quad C(0,1,0) = C(0,0,1) = 5,$$
$$C(1,1,0) = C(1,0,1) = 6, \quad C(0,1,1) = 7, \quad C(1,1,1) = 8$$

[8] L'égalité peut se produire uniquement si C est séparable entre les entités, i.e. si C est de la forme $C(Q) = \sum_{i=1}^{n} c_i(q_i)$, auquel cas $C(Q) - C(Q_{-i}) = c_i(q_i)$.

[9] On peut voir également le problème comme un jeu coopératif, un jeu d'accès, où il s'agit de déterminer quel sous-ensemble de divisions garder en opération. Les coûts pourraient donc s'exprimer sous la forme d'une fonction c définie sur les sous-ensembles de coalitions possibles :

$$c(\{1\}) = 3, \quad c(\{2\}) = c(\{3\}) = 5, \quad c(\{1,2\}) = c(\{1,3\}) = 6, \quad c(\{2,3\}) = 7, \; c(\{1,2,3\}) = 8$$

Si on utilise le mécanisme CM, on est assuré que les chefs des divisions vont rapporter leurs vrais r_i. On vérifie alors que la solution du problème (2) est $\hat{q}(r) = (1,1,1)$. En effet, le revenu de chaque division est supérieur à son coût de faire cavalier seul, au coût incrémental de l'ajouter à n'importe quelle autre division et au coût incrémental de l'ajouter aux deux autres divisions. Pour ce qui est de la répartition des coûts, on a :

$$\begin{aligned} P_1(r) &= r_2(1) + r_3(1) - C(1,1,1) = 8 \\ P_1(r_{-1}) &= r_2(1) + r_3(1) - C(0,1,1) = 9 \\ g_1(r) &= P_1(r_{-1}) - P_1(r) = 1 \end{aligned}$$

De même, $g_2(r) = 2$ et $g_3(r) = 2$. Dans ce cas, les divisions ne se voient imputer que leur coût incrémental. Comme on est dans un contexte d'économies d'échelle, les charges $g_i(r)$ ne sont pas suffisantes pour couvrir les coûts totaux, qui sont égaux à 8. On maximise les profits mais, avec ce mécanisme, le centre n'arrive pas à répartir entièrement les coûts totaux. Le prix à payer pour amener les divisions à révéler leurs véritables r_i, tout en maximisant le profit, est l'absence d'équilibre budgétaire. Cependant, avec un autre mécanisme, le centre pourrait ne pas avoir à subir de déficit. C'est ce qu'on verra à la prochaine sous-section.

Avec le dernier exemple, on rejoint la proposition 3 de Moulin et Shenker (2001). Ces derniers ont précisément étudié le problème où des agents peuvent être servis ou non ($q_i \in \{0,1\}$) et où ils doivent révéler l'utilité d'être servi. Selon cette proposition, *le mécanisme CM est le seul, dans ce contexte, à satisfaire à la contrainte de participation volontaire, en plus des contraintes incitatives et de la maximisation du profit.* Dans l'exemple précédent, les divisions ne payaient que leur coût incrémental. Moulin et Shenker affirme que si les agents sont petits par rapport à l'ensemble N, c'est précisément ce qui arrive.[10]

Ceci nous amène à une autre question. Supposons que l'entreprise tienne à l'équilibre budgétaire, quitte à ne pas maximiser le profit global. Toutefois, elle voudrait évidemment réaliser l'équilibre budgétaire, tout en minimisant la perte de profit. Moulin et Shenker ont aussi étudié cette question. Leur réponse est fort intéressante. On a vu dans BMT (2002B)

[10] Il ont d'ailleurs donné le nom de «marginal cost pricing mechanism» à ce mécanisme pour cette raison, ce qui nous a incité à adopter le nom CM.

que la règle Shapley-Shubik satisfait à la monotonie croisée négative (MCN) en présence d'économies d'échelle. Cela signifie que la contribution exigée d'un agent n'augmente pas, suite à l'augmentation de la demande de la part d'un autre agent. Dans le présent contexte, cette propriété implique que la contribution exigée d'un agent ne va pas augmenter à mesure que le nombre d'agents servis augmente. Or, Moulin et Shenker montre dans leur proposition 2 que, *parmi toutes les méthodes qui satisfont à cette dernière propriété, celle de Shapley-Shubik donne la plus petite perte de profit.*[11]

3.2 Le mécanisme de Clarke

Si l'entreprise tient à la maximisation du profit, elle doit, comme on l'a vu, sacrifier l'équilibre budgétaire mais elle n'a pas pour autant à subir de déficit. Nous présentons maintenant un autre membre de la classe des mécanisme de Groves qui va lui permettre de réaliser ces objectifs. Il s'agit du mécanisme de Clarke (1971) ou mécanisme «pivot». Il est très semblable en esprit au mécanisme CM mais différent en substance. Ce mécanisme ne garantit cependant pas la participation volontaire, ce qui, dans le cadre d'une entreprise, n'est sans doute pas un problème grave.

Pour arriver au mécanisme de Clarke, on définit les fonctions $\hat{q}(m_{-i}), P_i(m), P_i(m_{-i})$ et $g_i(m)$ comme suit :

$$\hat{q}(m_{-i}) = \arg\max_Q \sum_{j\neq i} m_j(q_j) - \frac{n-1}{n}C(Q) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
P_i(m) &= \sum_{j\neq i} m_j(\hat{q}_j(m)) - \frac{n-1}{n}C(\hat{q}(m)) \\
P_i(m_{-i}) &= \sum_{j\neq i} m_j(\hat{q}_j(m_{-i})) - \frac{n-1}{n}C(\hat{q}(m_{-i})) \\
g_i(m) &= \frac{1}{n}C(\hat{q}(m)) + P_i(m_{-i}) - P_i(m)
\end{aligned}$$

[11] Ils parlent plutôt de perte d'efficacité parce que le fait d'être servi apporte une utilité plutôt qu'un revenu. Formellement, cela ne fait pas de différence.

La définition de $\hat{q}(m)$ reste la même. Comme, par définition, $\hat{q}_j(m)$ ne peut être une meilleure solution que $\hat{q}_j(m_{-i})$ au problème (3), on a $P_i(m_{-i}) \geq P_i(m)$. Avec ce mécanisme, le centre est donc assuré de couvrir tous ses coûts. Au départ, chaque division i doit en effet payer $\frac{1}{n}C(\hat{q}(m))$, auquel s'ajoute la contribution $P_i(m_{-i}) - P_i(m)$ s'il s'avère que la division fait changer le programme de production, i.e. si $\hat{q}_j(m) \neq \hat{q}_j(m_{-i})$.

On vérifie que la sincérité continue à être une stratégie dominante. Le problème de la division i devient :

$$\max_{m_i} r_i\left(\hat{q}_i(m_i, m_{-i})\right) - \frac{1}{n}C(\hat{q}(m)) - \sum_{j\neq i} m_j(\hat{q}_j(m_{-i})) + \sum_{j\neq i} m_j(\hat{q}_j(m))$$
$$-\frac{n-1}{n}C(\hat{q}(m)) + \frac{n-1}{n}C(\hat{q}(m_{-i}))$$

Comme les termes $\sum_{j\neq i} m_j(\hat{q}_j(m_{-i}))$ et $C(\hat{q}(m_{-i}))$ ne dépendent pas de son message, ce problème est équivalent à

$$\max_{m_i} r_i\left(\hat{q}_i(m_i, m_{-i})\right) + \sum_{j\neq i} m_j(\hat{q}_j(m)) - C(\hat{q}(m)),$$

le même qu'avec le mécanisme CM. La stratégie dominante demeure donc $m_i = q_i$ pour toute division.

Exemple

Reprenons l'exemple de la section 3.1. Le mécanisme de Clarke donne maintenant :

$$\begin{aligned} P_1(r) &= r_2(1) + r_3(1) - \frac{2}{3}C(1,1,1) = \frac{32}{3} \\ P_1(r_{-1}) &= r_2(1) + r_3(1) - \frac{2}{3}C(0,1,1) = \frac{34}{3} \\ g_1(r) &= \frac{8}{3} + \frac{34}{3} - \frac{32}{3} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

De même, $g_2(r) = g_3(r) = \frac{8}{3} + 10 - \frac{26}{3} = 4$. La somme de ces contributions donne $\frac{34}{3} > 8$. Le centre fait donc un profit de $\frac{10}{3}$. Les divisions 2 et 3 font également un profit de 4 unités et la division 1 un profit de $\frac{8}{3}$ d'unités.

Il ne faut pas en conclure que la participation sera assurée dans tous les cas. Il est en effet facile d'imaginer des situations où il y aura au moins une division pour laquelle $r_i\left(\hat{q}_i(r)\right) < \frac{1}{n} C(Q)$. Cela se produira, entre autres, si $\hat{q}_i(r) = 0$.

3.3 La manipulation en coalition

On vient de voir que, dans le cadre des mécanismes CM et de Clarke, aucune division ne peut arriver à mieux faire en ne révélant pas sa véritable fonction r_i. Autrement dit, ces mécanismes sont à l'abri de la manipulation individuelle. Par contre, ils ne sont pas immuns à la manipulation en coalition. Il peut arriver en effet qu'un sous-ensemble de divisions ait intérêt à se concerter pour falsifier leurs messages de façon avantageuse. On peut le voir avec l'exemple suivant. On a trois divisions avec une fonction de coût symétrique :

$$C(1,0,0) = C(0,1,0) = C(0,0,1) = 3,$$
$$C(1,1,0) = C(1,0,1) = C(0,1,1) = 5, \quad C(1,1,1) = 6$$

Comme précédemment, $q_i \in \{0,1\}$ et

$$r_1(1) = 4, \quad r_2(1) = r_3(1) = 1.2$$

On vérifie facilement que le programme optimal comporte une production totale provenant uniquement de la division 1 ($\hat{q}(r) = (1,0,0)$). Selon le mécanisme CM, cette division doit défrayer le coût total, soit $g_1 = 3$. Comme les division 2 et 3 ne produisent pas, leurs contributions sont évidemment nulles.[12]

Par contre, les divisions 2 et 3 pourraient se concerter et annoncer des revenus $r_2'(1) = r_3'(1) = 4$. Alors le mécanisme CM donnerait $\hat{q}(r_1, r_2', r_3') = (1,1,1)$ comme solution optimale et des allocations de coûts $g_1 = 1,\ g_2 = 1,\ g_3 = 1$. Avec ces paiements, les divisions 2 et 3 se retrouvent gagnantes, car chacune voit ainsi son profit passer de 0 à 0.2. De même, la

[12] Le mécanisme de Clarke donne le même g_1. Par contre, il donne $g_2 = g_3 = 1$, soit le tiers du coût total même si ces divisions n'obtiennent pas d'intrant.

division 1 voit son profit augmenter de 2 unités. Par contre, le centre doit encourir le coût des trois unités et voit, ex post, le profit total de l'entreprise passer de 1 unité à 0.4 unité.[13]

On voit donc qu'il peut être possible, en faisant coalition avec d'autres, d'améliorer sa position en ne dévoilant pas sa vraie fonction de revenu. La concertation est cependant primordiale. Par exemple, si la division 2 rapporte correctement sa fonction de revenu mais que la division 3 continue à rapporter la fausse information ($r_2(1) = 1.2$ et $r_3'(1) = 4$), alors le mécanisme CM donne $g_1 = 1.8,\ g_2 = 1,\ g_3 = 1.8$ et ainsi la division 3 fait maintenant un déficit de 0.6 ($1.2 - 1.8 = -0.6$). Elle n'a donc pas intérêt à mentir seule et à forcer le centre à la laisser produire.[14]

Crémer (1996) réagit au problème de manipulation en coalition en proposant un mécanisme de Groves un peu différent et immun aux coalitions de deux joueurs. Par contre, il ne peut contrer les coalitions de trois joueurs ou plus. En fait, il démontre qu'il est impossible de concevoir un mécanisme de Groves qui soit immun à la manipulation quelle que soit la coalition. Par contre, une coalition de trois joueurs ou plus est elle-même soumise au problème de manipulation par une sous-coalition qui pourrait se former au sein même de la coalition. Ainsi les coalitions de trois joueurs ou plus seraient instables. Il en résulte une nouvelle définition, celle des mécanismes *indirectement robustes à la manipulation en coalition.*

Ces mécanismes sont immuns aux coalitions de deux joueurs mais permettent des coalitions de plus de deux joueurs qui, par contre, ne sont pas à l'abri de la manipulation par leurs propres sous-coalitions. Le mécanisme de Groves que Crémer a instauré est *indirectement robuste à la manipulation en coalition.* Par contre, ce mécanisme viole une propriété importante, soit celle de l'anonymat, i.e. du traitement identique des divisions, sans égard à leur identité. Crémer soutient que la violation de la condition d'anonymat est essentielle pour immuniser le mécanisme aux coalitions de deux joueurs.

[13] Le mécanisme de Clarke donne $g_1 = g_2 = g_3 = \frac{2}{3}$. Avec ces paiements, les divisions 2 et 3 se retrouvent encore gagnantes, car chacune voit ainsi son profit passer de -1 à 0.534 $\left(1.2 - \frac{2}{3}\right)$. De même, la division 1 voit son profit augmenter de $\frac{21}{2}$ unités.

[14] Avec $r_2(1) = 1.2$ et $r_3'(1) = 4$, le mécanisme de Clarke donne $g_3 = 2 + 2 - 1.867 = 2.133$, ce qui entraîne un déficit de 0.933 ($1.2 - 2.133 = -0.933$) pour la division 3.

S'il est impossible de trouver un mécanisme qui satisfait de façon générale aux trois exigences que sont la couverture des coûts communs, la maximisation des profits et le respect de la contrainte incitative, cela devient possible dans certains cas particuliers, comme ceux qui sont présentés dans la prochaine section.

4 Mécanismes incitatifs, équilibrés et efficaces

Comme on l'a vu dans BMT (2002a), le coût $C(q)$ de satisfaire à un vecteur de demandes q doit s'entendre comme le coût du projet qui permet de répondre aux besoins exprimés de la manière la moins coûteuse possible. De façon précise, si on désigne par $\alpha(q)$ un projet capable de répondre à la demande q et par $A(q)$ l'ensemble de tous ces projets, la fonction C est définie par :

$$C(q) = \min_{\alpha(q) \in A(q)} c(\alpha(q))$$

Schmeidler et Tauman (1994) ont étudié un problème de cette nature qui pose celui de la révélation des demandes de la part des divisions d'une entreprise. De façon précise, le problème comporte les éléments suivants.

- $N = \{1, 2, .., i, .., n\}$ est l'ensemble des divisions de l'entreprise.
- Chaque division i peut produire toute quantité $q_i \geq 0$ à un coût $f_i(q_i)$. La fonction f_i est continue et peut comprendre un coût fixe.[15]
- L'entreprise (le centre) peut produire un vecteur $(q_1, ..., q_n)$ à un coût $f_0(q_1, ..., q_n)$, qui peut également comprendre un coût fixe.[16]
- Le centre peut également laisser à chaque division le soin de produire une quantité $\delta_i \leq q_i$ de sa propre demande et se garder le résidu. Le coût total d'un vecteur de demandes $(q_1, ..., q_n)$, si le vecteur $\delta(q) = (\delta_1(q), ..., \delta_n(q))$ est laissé aux divisions respectives, est donc $f_0(q - \delta) + \sum_{i=1}^{n} f_i(\delta_i)$.

[15] À strictement parler, ils postulent $f_i(0) = 0$ mais ils admettent $\gamma > 0$ où $\gamma = \lim_{q_i \to 0} f_i(q_i)$. Selon la terminologie de Varian (1997), γ est un coût quasi-fixe.

[16] La fonction f_0 peut inclure une composante "transport" pour tenir compte de la réalité géographique du centre par rapport à ses divisions.

Le problème de l'entreprise est alors de trouver le coût minimal $C(q)$ de produire un vecteur de demandes q, i.e. de résoudre le problème :

$$C(q) = \min_{0 \leq \delta \leq q} [f_0(q-\delta) + \sum_{i=1}^{n} f_i(\delta_i)] \tag{4}$$

Dénotons par $\hat{\delta}(q)$ la solution de ce problème, de sorte que :

$$C(q) = f_0(q - \hat{\delta}(q)) + \sum_{i=1}^{n} f_i(\hat{\delta}_i(q)) \tag{5}$$

À noter que la quantité optimale $\hat{\delta}_i(q)$ que la division i devra produire elle-même dépend cependant du vecteur q au complet, i.e. des demandes de toutes les divisions.

Ce problème est facile à résoudre en information parfaite, autrement dit si le centre connaît q et les fonctions f_i. Par contre, si les demandes q_i des divisions est une information privée que seules les divisions détiennent, le centre devra recourir à un mécanisme de révélation pour solutionner le problème de minimisation des coûts. Supposons que le problème d'information privée se pose comme suit :

- Chaque division $i \in N$ est la seule à connaître sa demande locale q_i qui doit doit être entièrement couverte.
- Chaque division i connaît également sa fonction de coût f_i, la fonction du centre f_0 et la sélection éventuelle d'un $\hat{\delta}_i(q)$ par le centre.
- Le centre connaît la fonction de coût f_0 et celles des divisions f_i, pour tout $i \in N$.

Tout comme dans la section précédente, le centre doit définir un mécanisme de révélation qui va inciter les responsables des divisions à révéler leur demande véritable et ainsi permettre au centre de minimiser les coûts totaux de satisfaire à ces demandes. Schmeidler et Tauman ont imaginé un mécanisme dans lequel chaque division i envoie un message m_i au centre afin de le renseigner sur sa demande. En réponse à ces n messages, le centre détermine la partie $\hat{\delta}_i(m)$ que chaque division i produira elle-même, se réservant la différence $m - \hat{\delta}(m)$. La fonction $\hat{\delta}$ est la solution du problème (4) dans lequel m remplace q :

$$C(m) = \min_{0 \leq \delta \leq m} [f_0(m-\delta) + \sum_{i=1}^{n} f_i(\delta_i)]$$

La définition du mécanisme est ensuite complétée par la spécification des fonctions t_i qui donnent les parts des coûts encourus par le centre qui doivent être supportées par les divisions. Formellement, un mécanisme est défini par le couple $(\hat{\delta}, t)$. On veut que le mécanisme de révélation soit *satisfaisant*, en réunissant les propriétés suivantes :

1. Chaque division i doit être incitée à révéler sa véritable demande, i.e. à choisir $m_i = q_i$ comme message. C'est ce qu'on appelle la *contrainte incitative* (IC). Si une division ne peut espérer un gain supérieur en envoyant un message $m_i \neq q_i$, alors il est réaliste pour le centre de prévoir que les divisions vont envoyer le vecteur de messages $(q_1, ..., q_n)$. Le respect de (IC) repose sur la définition des fonctions t_i.

2. On doit minimiser les coûts. Cet objectif sera réalisé avec la fonction $\hat{\delta}$ définie plus haut, pour autant que la contrainte incitative soit respectée par toutes les divisions.

3. On veut s'assurer de la loyauté de chaque division, en faisant en sorte qu'elle n'a pas intérêt à faire cavalier seul. C'est ce qu'on appelle la contrainte de participation volontaire ou de *rationalité individuelle* (IR).

4. On souhaite que le vecteur de fonctions $t = (t_1, ..., t_n)$ permette de couvrir exactement les charges du centre : $\sum_{i=1}^{n} t_i(m) = f_0(m - \hat{\delta}(m))$. On dit alors que t est une méthode de répartition des coûts.

On peut caractériser les mécanismes satisfaisants comme suit. Soit t une méthode de répartition des coûts et un vecteur de demandes quelconque q. Imaginons qu'une division i envoie un message $m_i \neq q_i$, alors que les autres divisions répondent honnêtement. Appelons $\bar{q}$ le vecteur de messages que reçoit alors le centre, qui va produire $\bar{q} - \hat{\delta}\,(\bar{q})$. En particulier, il va produire $m_i - \hat{\delta}_i(\bar{q})$ pour la division i. Cette dernière devra donc produire la différence entre ses véritables besoins et ce que produit le centre, i.e. $q_i - m_i + \hat{\delta}_i(\bar{q})$, si cette quantité est positive. Autrement elle n'a rien à produire. Formellement elle doit produire $\bar{z} = \max\{0, q_i - m_i + \hat{\delta}_i(\bar{q})\}$ pour un coût $t_i(\bar{q}) + f_i(\bar{z})$.[17] Avec un message véridique $m_i = q_i$, son coût serait $t_i(q) + f_i(\hat{\delta}_i(q))$. On peut alors affirmer qu'un mécanisme de révélation $(\hat{\delta}, t)$ est satisfaisant si

[17] On fait l'hypothèse que l'on peut disposer de toute production excédentaire sans coût supplémentaire.

et seulement si, pour toute division i, toute demande q et n'importe quelle déviation $m_i \neq q_i$ de la part de cette division, on a :

$$\begin{array}{lll} i) & t_i(q) + f_i(\hat{\delta}_i(q)) \leq t_i(\bar{q}) + f_i(\bar{z}) & \text{(IC)} \\ ii) & t_i(q) + f_i(\hat{\delta}_i(q)) \leq f_i(q_i) & \text{(IR)} \end{array}$$

En vertu de ce résultat, il est suffisant de vérifier les contraintes incitatives (IC) et de rationalité individuelle (IR) pour qualifier un mécanisme $(\hat{\delta}, t)$ de satisfaisant. Malheureusement, comme le montrent Schmeidler et Tauman (1994), il n'existe pas de mécanisme satisfaisant dans un contexte aussi général que celui qui vient d'être défini. Cependant, ils montrent qu'il existe un tel mécanisme dans trois cas spécifiques de fonctions de coût :

- celui où les fonctions de coût des divisions f_i sont linéaires, peu importe la forme de f_0,
- celui où ces fonctions sont sous-additives ,
- celui où les divisions ont des capacités de production limités qui se traduisent par un coût très élevé au delà d'un certain niveau de production.

Trois sous-sections sont consacrées à ces trois cas.

4.1 Fonctions de coût linéaires

Considérons un vecteur $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n) \geq 0$ tel que $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$ et définissons, pour chaque i et tout vecteur de messages $m = (m_1, \ldots, m_n)$, les fonctions t_i^λ par :

$$t_i^\lambda(m) = [f_i(m_i) - f_i(\delta_i(m))] - \lambda_i \left[\sum_{j=1}^{n} f_k(m_k) - C(m) \right] \tag{6}$$

En utilisant la relation (5) avec m au lieu de q, on vérifie que :

$$\sum_{i=1}^{n} t_i^\lambda(m) = C(m) - \sum_{i=1}^{n} f_i(\delta_i(m)) = f_0(m - \delta(m))$$

La fonction t^λ définit donc une méthode de répartition de coûts. Selon cette fonction, chaque division i paie à l'entreprise l'épargne directe (brute) qu'elle réalise grâce à la coopération mais reçoit en retour une partie λ_i de l'épargne globale réalisée par l'ensemble des divisions.

Supposons maintenant que les fonctions f_i sont linéaires, i.e. de la forme $f_i(q_i) = a_i q_i$ où a_i est un nombre réel positif. Schmeidler et Tauman (1994, théorème 1) montrent que, *si les fonctions de coût f_i sont linéaires, alors le mécanisme de révélation $(\hat{\delta}, t^\lambda)$ est satisfaisant pour tout vecteur $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ tel que $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, et ce peu importe la fonction f_0.* Afin d'illustrer ce résultat, prenons un exemple inspiré de ces auteurs. On a une entreprise avec deux divisions qui doivent satisfaire à une demande donnée $q = (5, 96)$, exogène et inconnue du centre. Les fonctions de coûts sont définies comme suit :

$$f_0(y_1, y_2) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad y_1 = y_2 = 0 \\ 600 + (2y_1 + y_2) & \text{si} \quad 0 < y_1 + y_2 \leq 100 \\ 600 + (8y_1 + 7y_2) & \text{si} \quad 100 < y_1 + y_2 \end{cases}$$

$$f_1(y_1) = 6.0\ y_1$$
$$f_2(y_2) = 8.1\ y_2$$

On vérifie facilement que la solution $\hat{\delta}(q)$ du problème (4) donne $\hat{\delta}(5, 96) = (1, 0)$ et $C(5, 96) = 710$. Malgré le coût quasi-fixe de 600 au niveau central, il est en effet plus économique d'y produire toute la demande de la division 2 et une partie de la demande de la division 1 parce que les coûts marginaux sont moins élevés au niveau central. Par contre, on n'a pas intérêt à produire plus de 100 unités au niveau central parce que le coût marginal du bien 1 devient alors plus élevé que celui de la division 1.

Comme les fonctions de coût des divisions sont linéaires, il est possible de définir une fonction de répartition des coûts incitative et individuellement rationnelle. Prenons un vecteur $(\lambda_1, \lambda_2) \geq 0$ tel que $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$. Alors, la fonction t^λ définie par (6) satisfait les contraintes (IC) et (IR). Appliquée à la demande $q = (5, 96)$, elle donne :

$$\begin{aligned} t_1^\lambda(5, 96) &= (6 \times 5 - 6 \times 1) - \lambda_1[(6 \times 5 + 8.1 \times 96) - 710] = 24 - \lambda_1[97.60] \\ t_2^\lambda(5, 96) &= 777.6 - \lambda_2[97.60] \end{aligned}$$

Ainsi, avec $\lambda_1 = \frac{1}{6}$ et $\lambda_2 = \frac{5}{6}$,[18] on obtient : $t_1^\lambda(5, 96) = 7.73$ et $t_2^\lambda(5, 96) = 696.26$. Pour la division 1, on doit ajouter le coût de sa production locale à sa contribution aux coûts fixes,

[18] Il s'agit du λ défini par $\lambda_i = \frac{q_i}{\sum_{j=1}^n q_j}$

soit une unité produite à un coût de 6. Donc, la division 1 devra payer un montant total de 13.73. Le résultat est individuellement rationnel car la contribution demandée à chacune des divisions est inférieure a son coût de faire cavalier seul, qui est de 30 pour la division 1 et de 777.60 pour la division 2. Cette répartition satisfait aussi à la contrainte incitative.

Supposons maintenant que la division 2 rapporte au centre une fausse demande, par exemple 94 au lieu de 96, la division 1 rapportant sa vraie demande. Le centre va recevoir les messages $m = (5, 94)$ et va minimiser ses coûts selon cette demande. La solution du problème (4) ne change pas mais elle donne maintenant $\hat{\delta}(5, 94) = (0, 0)$, $C(5, 94) = 704$. Avec $\lambda = \left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$, elle donne $t_1^\lambda(5, 94) = 15.43$ et $t_2^\lambda(5, 94) = 688.56$. La division 2 doit cependant produire les deux unités qu'elle n'a pas déclaré, à un coût de 16.20, pour un coût total de 704.46. Ce coût est supérieur à celui qui aurait été le sien si elle avait rapporté sa vraie demande.

Par contre, le problème de déterminer la juste part λ_i de chacune des divisions demeure entier. À première vue, on semble retomber sur le même dilemme qu'avec les règles de proportionnalité développées précédemment. Par contre, il est utile de rappeler que le problème étudié ici est un cas particulier du problème de partage des coûts, lié au problème des incitations dans une une entreprise où l'information est incomplète. Par ailleurs, la méthode t^λ satisfait à la monotonie forte, quel que soit λ. Ainsi, on se retrouve en meilleure posture qu'avec les méthodes proportionnelles.

D'ailleurs, Schmeidler et Tauman montrent que, si on utilisait la *répartition proportionnelle aux coûts marginaux*[19] dans l'exemple précédent, il serait alors profitable pour la division 2 de rapporter faussement une demande de 94 unités. Donc, la méthode de répartition

[19] Cette méthode à été présentée dans BMT (2002a) et on en a étudié les propriétés dans BMT (2002b). Elle a été analysée de façon extensive par Wang (2002). Dans le présent contexte, elle est définie par :

$$t_i(q) = \frac{\partial_i f_0\left(q - \hat{\delta}(q)\right) q_i}{\sum_{j=1}^n \partial_j f_0\left(q - \hat{\delta}(q)\right) q_j} f_0\left(q - \hat{\delta}(q)\right)$$

proportionnelle au coût marginal ne satisfait pas à la contrainte incitative. On peut sans doute en dire autant des autres méthodes de répartition proportionnelle.

4.2 Fonctions de coût sous-additives

On vient de voir que, sous l'hypothèse de rendement d'échelle constant dans les divisions, on peut utiliser la méthode de répartition t^λ de façon incitative. Cependant, la coopération (entre divisions par exemple) se produit souvent lorsque les fonctions de coût sont convexes (rendement d'échelle décroissant). Malheureusement, il est impossible de trouver une méthode de répartition des coûts communs qui soit satisfaisante pour toutes les fonctions f_i convexes même si la technologie du centre est à rendement croissant ou décroissant. Par contre, on peut montrer que la méthode de répartition t_i^λ est satisfaisante lorsque les fonctions de coût locales sont sous-additives[20] (ce qui inclut certaines fonctions convexes et toutes les fonctions concaves), que la fonction de coût total est concave et que la politique optimale consiste à produire toute la demande de chaque division au niveau central ou dans la division elle-même $\left(\hat{\delta}_i(q) \in \{0, q_i\}\right)$.

De façon plus précise, supposons que les demandes (véridiques et annoncées) soient majorées par $a \leq \infty$ et définissons $A = \{q \in \mathbb{R}^n \mid q_i \leq a, \ \forall i \in N\}$. Schmeidler et Tauman (1994, théorème 2) montrent que, *si f_i est sous-additive sur $[0, a]$ pour toute division i et si $\hat{\delta}_i(q) \in \{0, q_i\}$ quel que soit $q \in A$, alors le mécanisme de révélation $(\hat{\delta}, t^\lambda)$ est satisfaisant.*

À titre d'exemple, considérons les fonctions de coût :

$$f_0(y_1, y_2) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad y_1 = y_2 = 0 \\ 12 + (y_1 + y_2)^{0.3} & \text{si} \quad y_1 + y_2 > 0 \end{cases}$$
$$f_i(y_i) = 2y_i^{0.5}, \ i = 1, 2$$

Ces fonctions sont concaves. De plus, le coût marginal au niveau central devient rapidement plus faible qu'au niveau local. Étant donné le coût quasi-fixe de 12, il peut être avantageux

[20]Une fonction $f : A \to R$ est dite sous-additive sur le domaine A si, pour $x_1, x_2, x_1 + x_2 \in A$, on a $f(x_1 + x_2) \leq f(x_1) + f(x_2)$. Une telle condition traduit une forme réduite d'économie d'échelle.

de laisser les divisions satisfaire à leurs besoins respectifs. Pour une demande globale suffisamment élevée, il sera plus avantageux de concentrer la production au niveau central, pour bénéficier du coût marginal plus faible. Par exemple, si $q_2 = 0$, la production de la demande de la division 1 devrait être laissée à la division ou confiée au centre selon que q_1 est inférieur ou supérieur à 59.3189. Comme le coût marginal de la division 2 est infini pour $q_2 = 0$, il serait avantageux de confier la production de toute demande positive de la division 2 au centre, dès lors que la demande de la division 1 y est traitée. Toute augmentation de la demande de la division 2 abaisserait d'autant le seuil critique de q_1. Sous ces conditions, le mécanisme de révélation $(\hat{\delta}, t^\lambda)$ est satisfaisant.

4.3 Fonctions de coût avec contraintes de capacité locales

Supposons maintenant que les divisions aient des capacités de production limitées qui se manifestent par un saut dans leurs fonctions de coût au point où cette capacité est atteinte. Par exemple, une division i peut produire avec ses équipements existants jusqu'à un point k_i. Au delà, elle doit démarrer ou louer une nouvelle machine à un certain coût (quasi-fixe). La fonction de coût de cette division va donc présenter une discontinuité au point k_i, en plus de celle déjà admise au point 0.

Voici un exemple d'une telle fonction. Soit $a > k > 0$ et une même fonction f_i pour toutes les divisions définie par :

$$f_i(y_i) = \begin{cases} y_i & \text{si} \quad 0 \leq y_i \leq k \\ k + 2(y_i - k) + c & \text{si} \quad k < y_i \leq a \end{cases} \tag{7}$$

Selon cette fonction, pour produire au delà de k, il faut recourir à de nouveaux équipements qui coûtent c, avant même qu'on commence à les utiliser. Selon la fonction f_0, il sera peut-être plus économique de laisser la production en excédent de k au centre. Par exemple, considérons la fonction

$$f_0(y) = 2\sum_{i=1}^{n} y_i + \ln\left(1 + \sum_{i=1}^{n} y_i\right) \tag{8}$$

où la composante $2\sum_{i=1}^{n} y_i$ peut être interprétée comme le coût de transport et l'autre le coût de production proprement dit. Si $c > a - k$, on peut montrer que $\hat{\delta}_i$ ne dépend que de

y_i et que $\hat{\delta}_i(y_i) = \min\{y_i, k\}$. Autrement dit, il est plus économique de produire localement toute quantité jusqu'à k et de confier l'excédent au centre.

Schmeidler et Tauman (1994, théorème 3) montrent que, *dans un tel contexte et, en particulier, quand $\hat{\delta}_i$ ne dépend que de y_i, il existe un mécanisme satisfaisant.* Ce mécanisme est de la forme $\left(\hat{\delta}, t^{\varphi}\right)$ où t^{φ} est défini comme suit.

Soit $\Re$ un ordre sur N, i.e. une permutation de éléments de N, et $\Re_i$ l'ensemble des agents qui précédent i dans $\Re$. On a également est une fonction de probabilité φ sur l'ensemble des $n!$ permutations de N. Par exemple, si tous les ordres sont équiprobables, on a $\varphi(\Re) = 1/n!$. Rappelons, de BMT (2002a), qu'étant donné un sous-ensemble $S \subset N$ et un vecteur de demande q, le terme q^S désigne le vecteur obtenu de q en annulant toutes les composantes q_i telles que $i \notin S$. La fonction de transfert t^{φ} est définie, pour tout i et tout vecteur de message m, par :

$$t_i^{\varphi}(m) = \sum_{\Re} \varphi(\Re)[C(m^{\Re_i \cup \{i\}}) - C(m^{\Re_i})] - f_i(\hat{\delta}_i(m))$$

Le terme $C(m^{\Re_i \cup \{i\}}) - C(m^{\Re_i})$ est le coût incrémental, au niveau de l'entreprise, d'ajouter la division i à la coalition $\Re_i$. Le premier terme de cette fonction est donc l'espérance mathématique ou la moyenne pondérée de ces coûts incrémentaux, en supposant que l'ordre dans lequel la division i se joint à d'autres est tiré au hasard selon la fonction de probabilité φ. En particulier, si $\varphi(\Re) = 1/n!$ pour toute permutation $\Re$, ce premier terme est la valeur de Shapley. Autrement dit, dans ce cas, appliquer ce mécanisme implique la répartition des coûts totaux de l'entreprise selon la règle Shapley-Shubik. Dans la définition de t_i^{φ}, on retranche $f_i(\hat{\delta}_i(m))$ de la contribution de la division i puisqu'elle supportera directement ce coût.

À titre d'exemple, considérons le cas où $n = 3$. La première rangée du tableau qui suit donne les six permutations $\Re$ des éléments de N, la deuxième les sous-ensembles $\Re_1$ et la troisième les sous-ensembles $\Re_1 \cup \{1\}$:

$\Re$	$\{1,2,3\}$	$\{1,3,2\}$	$\{2,1,3\}$	$\{2,3,1\}$	$\{3,1,2\}$	$\{3,2,1\}$
$\Re_1$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{2\}$	$\{2,3\}$	$\{3\}$	$\{3,2\}$
$\Re_1 \cup \{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1,2\}$	$\{1,2,3\}$	$\{1,3\}$	$\{1,2,3\}$

Supposons $\varphi(\Re) = 1/n!$ pour toute permutation $\Re$. Alors, en écrivant $c(S)$ pour $C\left(m^S\right)$, on a :

$$\begin{array}{rcll} t_1^{\varphi}(m) & = & \frac{1}{6}[c(\{1\}) - c(\{0\})] & (\text{cas } \{1,2,3\}) \\ & & +\frac{1}{6}[c(\{1\}) - c(\{0\})] & (\text{cas } \{1,3,2\}) \\ & & +\frac{1}{6}[c(\{1,2\}) - c(\{2\})] & (\text{cas } \{2,1,3\}) \\ & & +\frac{1}{6}[c(\{1,2,3\}) - c(\{2,3\})] & (\text{cas } \{2,3,1\}) \\ & & +\frac{1}{6}[c(\{1,3\}) - c(\{3\})] & (\text{cas } \{3,1,2\}) \\ & & +\frac{1}{6}[c(\{1,2,3\}) - c(\{3,2\})] & (\text{cas } \{3,2,1\}) \\ & & -f_1(\hat{\delta}_1(m_1) & \end{array}$$

On peut simplifier cette expression comme suit :

$$\begin{array}{rcl} t_1^{\varphi}(m) & = & \frac{1}{3}[c(\{1\}) - c(\{0\})] \\ & & +\frac{1}{6}[c(\{1,2\}) - c(\{2\})] \\ & & +\frac{1}{6}[c(\{1,3\}) - c(\{3\})] \\ & & +\frac{1}{3}[c(\{1,2,3\}) - c(\{3,2\})] \\ & & -f_1(\hat{\delta}_1(m_1)) \end{array}$$

Mis à part le terme $-f_1(\hat{\delta}_1(m_1))$, c'est précisément la formule à laquelle on est arrivé dans BMT (2002a) quand on a dérivé la règle Shapley-Shubik. À ce titre, ce mécanisme est intéressant puisqu'on retrouve la propriété de monotonie forte discutée à la section 2 et si importante pour éviter les incitations perverses. Ce mécanisme est donc de nature à inciter les divisions à l'innovation et à la réduction des coûts.

Pour compléter cet exemple, supposons que les fonctions de coûts sont données par (7) et (8) avec $k = 20$, $a = 40$, $c = 10$ et que la demande véridique soit $q = (30, 30, 30)$. La solution $\hat{\delta}$ du problème (4) donne alors[21] $\hat{\delta}(30, 30, 30) = (20, 20, 20)$ et, comme coût total minimal, $C(q) = f_0(q - \hat{\delta}(q)) + \sum_{i=1}^{n} f_i(\hat{\delta}_i(q)) = 63.43 + 60 = 123.43$. La réparation des coûts donne $t_i^{\varphi}(q) = 21.1447$, pour tout i, soit un tiers du coût total du centre. C'est un résultat qui

[21] À noter que si le vecteur de demande véridique était $q = (9, 9, 9)$, on aurait alors $\delta(q_1, q_2, q_3) = (9, 9, 9)$. On est donc vraiment en présence d'une fonction de coût telle que $\delta_i(q) = \min\{q_i, P\}$, i.e. qui ne dépend que de q_i.

s'explique par le fait que les trois divisions demandent un même bien privé homogène. C'est la somme des quantités produites pour les trois divisions qui entre dans la fonction f_0.

En terminant, il est important de souligner trois points. Premièrement, si les fonctions de coût des divisions sont linéaires, alors on ne peut utiliser la méthode de répartition des coûts t_i^{φ} qui vient d'être définie car elle violerait la contrainte incitative. La discontinuité à un point $k_i > 0$ est importante dans le dernier résultat de Schmeidler et Tauman. Deuxièmement, si $\hat{\delta}_i$ ne dépend que de q_i alors le mécanisme défini à la sous-section 4.1 n'est pas nécessairement satisfaisant.

Finalement, dans cette section, on a vu certains cas où l'on peut trouver un mécanisme de révélation qui satisfait aux trois contraintes d'efficacité, d'incitation et de rationalité individuelle. Il est certain qu'il est souhaitable pour l'entreprise d'être en mesure de mettre en place un tel mécanisme. Par contre, dans le cas spécifique des incitations à la réduction des coûts dans la firme, il est certes plus important de maximiser les gains plutôt que de s'assurer que le mécanisme couvre les coûts. La recherche d'un mécanisme équilibré est moins importante lorsqu'existe une instance capable de financer le déficit. Cela n'est pas le cas dans un contexte de coopération entre firmes où il est important de couvrir les coûts, car on peut penser qu'aucune des firmes n'est évidemment prête à assumer le déficit potentiel.

5 Conclusion

Nous avons vu que les problèmes relatifs au caractère incitatif des mécanismes de partage de coûts se présentent sous diverses formes. Il est ainsi difficile de traiter l'ensemble de ces problèmes de manière intégrée et complète sans avoir recours à un formalisme analytique avancé. Nous avons préféré considérer de manière explicite trois cas particulièrement importants décrits dans l'introduction. La présentation rigoureuse quoique succincte de ces trois cas nous a permis d'illustrer non seulement les difficultés que pose notre approche au partage des coûts mais aussi tout son potentiel.

Afin de choisir la bonne taille d'une infrastructure et d'économiser autant que possible sur les coûts d'investissement, il faut en général au responsable (le Centre dans le langage de ce rapport) certaines informations qui lui sont typiquement inconnues et pour lesquelles il doit s'en remettre à des agents ou partenaires qui voudront utiliser leurs informations privilégiées de manière stratégique. Ces problèmes sont endémiques à toute société, toute alliance, tout partenariat et toute entreprise publique ou privée. Malgré leur importance, ils sont souvent totalement escamotés dans la pratique. Cela s'explique en partie par le niveau de difficulté de l'analyse des incitations, dans le cadre du partage des coûts entre autres. En effet, l'analyse des incitations dans des contextes d'information incomplète est un des domaines les plus exigeants en science économique. Le niveau de formalisme de ce rapport, qui était inévitable, en a donné un aperçu.

Malgré les difficultés, il y a des solutions ou du moins des approches méthodologiques pour obtenir des solutions parfois souvent imparfaites mais du moins transparentes et éclairantes. Nous avons montré qu'il est possible de tenir compte de ces contraintes d'incitation dans la détermination ou le choix d'une règle de partage des coûts et nous avons indiqué la marche à suivre dans certains cas particulièrement importants.

Annexe : Incompatibilité entre monotonie en coalition et test du coeur

Considérons la fonction de coût c définie sur $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ telle que les coûts de faire cavalier seul pour les diverses coalitions ou sous-ensembles de N sont donnés par

$$c(\{3, 5\}) = c(\{1, 2, 3\}) = 3$$
$$c(\{1, 3, 4\}) = c(\{2, 4, 5\}) = 9$$
$$c(\{1, 2, 4, 5\}) = c(\{1, 2, 3, 4, 5\}) = 12$$

et, pour toute autre coalition S, par le coût minimal des coalitions ci-dessus qui contiennent S, par exemple $c(\{1, 2\}) = \min \{c(\{1, 2, 3\}),\ c(\{1, 2, 4, 5\}),\ c(\{1, 2, 3, 4, 5\})\} = \min\{3, 12, 12\} = 3$. Si la formule x de partage des coûts communs est dans le coeur, alors $x(S) \leq c(S)$ pour tout S et en particulier pour les 5 premières coalitions ci-dessus dans lesquelles chaque entité de N apparaît 3 fois. En faisant la somme de ces conditions pour les 5 coalitions en question, on obtient ainsi $3x(N) \leq 36$. Or, $x(N) = 12$ et donc chacune des conditions $x(S) \leq c(S)$ pour les 5 coalitions ci-dessus doit en fait être serrée : $x(S) = c(S)$. L'unique solution de ce système d'équations est $x = (3, 0, 0, 6, 3)$. Ce point forme le coeur du jeu à lui seul.

Considérons maintenant une autre fonction de coût identique à la première sauf que $c(\{1, 2, 4, 5\}) = 9$ et $c(\{1, 2, 3, 4, 5\}) = 11$. Le coeur ne contient alors que la solution $x = (0, 1, 2, 7, 1)$. Ainsi, x_2 et x_4 ont tous deux augmenté alors qu'aucune des coalitions comprenant les entités 2 et 4 n'ont vu leurs coûts communs augmenter et que certaines d'entre elles ont vu leurs coûts diminuer.

Prenons maintenant une méthode de répartition de coûts quelconque qui donne toujours une répartition du coeur. Appliquée aux deux exemples qui précèdent, cette méthode va donc donner les répartitions uniques qu'on a trouvées. La méthode en question n'est donc pas *monotone en coalition*. La preuve se généralise à $N \geq 5$. Par contre, dans plusieurs cas concrets spécifiques, il peut être possible de déterminer un règle de partage qui soit à la fois dans le coeur et incitative, i.e. monotone en coalition.

Références

Aumann, R.J. et L.S. Shapley, 1974. *Values of Non-Atomic Games*, Princeton, NJ : Princeton University Press.

Boyer, M., M. Moreaux, et M. Truchon, 2002a. “Les méthodes de partage de coûts : un survol”, CIRANO 2002RP-18.

Boyer, M., M. Moreaux, et M. Truchon, 2002b. “Les méthodes de partage de coûts : propriétés”, CIRANO 2002RP-19.

Clarke, E., 1971. “Multipart Pricing of Public Goods,” *Public Choice*, 11, 17-33.

Crémer, J., 1996. “Manipulations by Coalitions under Asymmetric Information : The Case of Groves Mechanisms,” *Games and Economic Behavior*, 13, 39-73.

Green, G. et J.J. Laffont, 1977. “Révélation des préférences pour les biens publics : caractérisation des mécanismes satisfaisants,” *Cahiers du Séminaire d'économétrie*, 19, 83-103.

Moriarity, S., 1975. “Another Approach to Allocating Joint Costs,” *Accounting Review*, 49, 791-795.

Moulin, H. et S. Shenker, 2001. “Strategyproof Sharing of Submodular Costs : budget balance versus efficiency,” *Economic Theory*, 18, 511–533.

Schmeidler, D. et Y. Tauman 1994. “Incentive-Compatible Cost-Allocation Schemes,” *Journal of Economic Theory*, 63, 189-207.

Shapley, L.S., 1953. “A Value for n-Person Games,” in Kuhn, H., et A.W. Tucker (eds.), *Contributions to the Theory of Games*, Princeton : Princeton University Press, 307-317.

Shubik, M., 1962. “Incentives, Decentralized Control, the Assignment of Joint Costs and Internal Pricing,” *Management Science*, 8, 325-43.

Varian, H.R., 1997. *Introduction à la microéconomie*, Bruxelles ; Paris : De Boeck Université.

Young, H.P., 1985a. “Producer Incentives in Cost Allocation,” *Econometrica,* 53, 757-65.

Young, H.P., 1985b. “Monotonicity in Cooperative Games,” *International Journal of Game Theory,* 13, 65-72.

Young, H.P., 1994. “Cost Allocation”, in R.J.Aumann et S. Hart, eds, *Handbook of Game Theory, Vol. II,* Amsterdam : North Holland, Chap. 34, 1191-1235.

Wang, Y.T., 2002. “Proportionally Adjusted Marginal Pricing Method to Share Join Costs," *Review of Economic Design,* 7, 205-211.

Documents * CIRANO *
sur
Le partage des coûts communs et la tarification des infrastructures
http ://www.cirano.qc.ca/publications/
****

[1] 2002RP-17 Le partage des coûts communs : enjeux, problématique et pertinence

[2] 2002RP-18 Les méthodes de partage de coûts : un survol

[3] 2002RP-19 Les méthodes de partage de coûts : propriétés

[4] 2002RP-20 Les jeux de coûts : définitions et propriétés souhaitables des solutions

[5] 2002RP-21 Les jeux de coûts : principaux concepts de solution

[6] 2003RP-04 Le cas des réseaux municipaux souterrains

[7] 2003RP-05 Partage des coûts dans l'entreprise et incitations

[8] 2003RP-06 Tarification optimale des infrastructures communes