



CIRANO

Allier savoir et décision

Indice du capital humain (HCI) De l'incertitude à la robustesse des comparaisons

TOUHAMI ABDELKHALEK
DOROTHÉE BOCCANFUSO

2020S-54
CAHIER SCIENTIFIQUE

CS

Centre interuniversitaire de recherche en analyse des organisations

Les **cahiers de la série scientifique** visent à rendre accessibles les résultats des recherches effectuées par des chercheurs membres du CIRANO afin de susciter échanges et commentaires. Ces cahiers sont rédigés dans le style des publications scientifiques et n'engagent que leurs auteurs.

The purpose of the Working Papers is to disseminate the results of research conducted by CIRANO research members in order to solicit exchanges and comments. These reports are written in the style of scientific publications. The ideas and opinions expressed in these documents are solely those of the authors.

Le **CIRANO** est un organisme sans but lucratif constitué en vertu de la Loi des compagnies du Québec. Le financement de son infrastructure et de ses activités de recherche provient des cotisations de ses organisations-membres, d'une subvention d'infrastructure du gouvernement du Québec, de même que des subventions et mandats obtenus par ses équipes de recherche.

CIRANO is a private non-profit organization incorporated under the Quebec Companies Act. Its infrastructure and research activities are funded through fees paid by member organizations, an infrastructure grant from the government of Quebec, and grants and research mandates obtained by its research teams.

Les partenaires du CIRANO – CIRANO Partners

Partenaires corporatifs – Corporate Partners

Autorité des marchés financiers
Banque de développement du Canada
Banque du Canada
Banque nationale du Canada
Bell Canada
BMO Groupe financier
Caisse de dépôt et placement du Québec
Énergir
Hydro-Québec
Innovation, Sciences et Développement économique Canada
Intact Corporation Financière
Investissements PSP
Manuvie Canada
Ministère de l'Économie, de la Science et de l'Innovation
Ministère des finances du Québec
Mouvement Desjardins
Power Corporation du Canada
Rio Tinto
Ville de Montréal

Partenaires universitaires – Academic Partners

École de technologie supérieure
École nationale d'administration publique
HEC Montréal
Institut national de la recherche scientifique
Polytechnique Montréal
Université Concordia
Université de Montréal
Université de Sherbrooke
Université du Québec
Université du Québec à Montréal
Université Laval
Université McGill

Le CIRANO collabore avec de nombreux centres et chaires de recherche universitaires dont on peut consulter la liste sur son site web. *CIRANO collaborates with many centers and university research chairs; list available on its website.*

© Octobre 2020. Touhami Abdelkhalek, Dorothee Boccanfuso. Tous droits réservés. *All rights reserved.* Reproduction partielle permise avec citation du document source, incluant la notice ©. *Short sections may be quoted without explicit permission, if full credit, including © notice, is given to the source.*

Les idées et les opinions émises dans cette publication sont sous l'unique responsabilité des auteurs et ne représentent pas nécessairement les positions du CIRANO ou de ses partenaires. *The observations and viewpoints expressed in this publication are the sole responsibility of the authors; they do not necessarily represent the positions of CIRANO or its partners.*

Indice du capital humain (HCI) De l'incertitude à la robustesse des comparaisons

Touhami Abdelkhalek *, *Dorothee Boccanfuso* †

Résumé/Abstract

En 2019, la Banque mondiale a adopté un indice développé par Kraay (2018), l'indice de capital humain (HCI) (WB, 2019). Il combine des dimensions démographiques, d'éducation et de santé en se basant sur des fondements statistiques et économétriques complémentaires. Il est utilisé par la Banque mondiale en matière de développement humain à des fins de suivi et de comparaison, dans le temps et dans l'espace. Par construction, le HCI est sujet à des incertitudes statistiques et économétriques qui ne sont pas convenablement captées par les comparaisons menées jusqu'à présent et qui s'avèrent par conséquent, non robustes. Dans cet article, nous proposons une approche systématique prenant en considération ces incertitudes simultanées à l'aide d'une méthode de projection. Nous présentons sa mise en oeuvre pratique pour construire des intervalles de confiance au HCI qui reflètent ces incertitudes. Il appert que dans le cas où des intervalles de confiance se chevaucheraient pour deux pays ou pour le même pays dans le temps, les comparaisons seraient alors non concluantes et ce, quelques soient les estimations ponctuelles.

Mots-clés/Keywords : Indice du capital humain (HCI), Incertitude, Robustesse, Comparaison, Méthode de projection

Codes JEL/JEL Codes : C18, I15, I25

* Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée, Maroc.

† Auteure pour correspondance : Dorothee.BOCCANFUSO@um6p.ma. Université Mohammed VI Polytechnique, FGSES, Maroc et CIRANO, Montréal, Canada.

1 Introduction

Dans le cadre des *Objectifs de développement durable (ODD)*, il est désormais acquis que de bonnes conditions de santé et l'accès à une éducation de qualité sont essentielles pour le développement notamment celui des nouvelles générations afin d'assurer leur contribution optimale future à la société. Pour suivre les progrès en matière de développement humain dans et entre les pays et à travers le temps, plusieurs indices simples et composites ont été développés et sont régulièrement utilisés notamment dans la prise de décision en termes de politique publique. Le plus connu est celui du Programme des Nations-Unies pour le Développement (PNUD) ; l'*Indice de développement humain (HDI)*.¹

Plus récemment, la Banque mondiale a adopté un indice composite proposé par Kraay (2018) ; l'*Indice de capital humain (HCI)*.² Cet indice a été construit pour approcher l'accumulation espérée en terme de capital humain d'un enfant né aujourd'hui, à l'âge de 18 ans. Trois dimensions sont considérées : les chances de survie, les années de scolarité corrigées des acquis et la santé (WB, 2019). Son calcul se base sur des métriques démographiques, de santé et d'éducation et sur des approches économétriques.

Depuis sa mise en place, la Banque mondiale a utilisé cet indice dans deux de ses rapports et l'a calculé pour plusieurs pays. Elle présente des comparaisons implicites ou explicites entre les pays sur la base des valeurs des scores ou des rangs relatifs au *HCI*. Cependant, étant donnée la méthode de calcul de l'indice, celui-ci est sujet à de l'incertitude statistique et économétrique. La non prise en compte de cette dernière rend fragiles et surtout non robustes, les comparaisons dans le temps et dans l'espace basées sur cet indice. Même si Kraay (2018) souligne ce problème d'incertitude, les solutions qu'il propose ne s'appuient pas sur une méthode systématique. Dans cet article, nous comblons cette lacune sans remettre en question la pertinence de l'indice ni sa méthode de calcul. Nous proposons une méthode économétrique avérée pour construire des intervalles de confiance pour le *HCI*. Il s'agit de la méthode de projection développée par Rao (1973) et reprise par Abdelkhalek and Dufour (1998) et nous la mettons en œuvre sur le plan numérique en nous appuyant sur la base de données de la Banque mondiale.

Dans la section 2, nous commençons par une revue de la littérature autour du *HCI* lui-même. Nous faisons une présentation formalisée de l'indice (sous-section 2.1) suivie d'une analyse critique quant à l'incertitude à laquelle il est soumis (sous-section 2.2). La méthodologie que nous proposons pour construire des intervalles de confiance au *HCI* est présentée à la section 3 ainsi que les données qui ont permis son implémentation numérique. Nous y présentons le système d'équations correspondant à la méthode proposée ainsi que sa résolution. Dans la section suivante (section 4), nous présentons les résultats

1. Il s'agit de la traduction de *Human Development index* noté *HDI*.

2. Il s'agit de la traduction de *Human Capital Index* noté *HCI*. Nous utilisons cet acronyme dans le reste de l'article.

obtenus et faisons une discussion avant de conclure.

2 Revue de littérature

En 2018, la Banque mondiale a dévoilé sa première édition de l'Indice de capital humain (WB, 2019). La conception de cet indice s'inscrit dans le *Projet sur le capital humain* qui comporte en plus, deux autres dimensions : le *renforcement des mesures et de la recherche* et la *collaboration avec les pays*. Ceci démontre à notre avis, les orientations et les attentes de la Banque mondiale vis-à-vis du devenir de cet indice qui a déjà suscité de l'intérêt chez plusieurs chercheurs.

Dans ce contexte, deux rapports sur le *HCI* ont été publiés à partir de la base théorique développée par Kraay (2018). En 2020, la Banque mondiale a procédé à une mise à jour et à une amélioration du *HCI* (WB, 2020). Dans cette édition, elle dresse un portrait du capital humain juste avant le COVID-19 pouvant servir de référence à des analyses d'impact liées à la pandémie et aux politiques d'atténuation mises en place.

Déjà, en 2016 pour comprendre l'écart du revenu par travailleur entre les pays d'Amérique Latine et les Etats-Unis, Caselli (2016b) utilise une approche basée sur des proxys pour trois composantes relatives à la santé (1) et à l'éducation (2) sur des données transversales pour 122 pays en 2000. Ces dimensions sont les mêmes que celles retenues par Kraay (2018) dans sa conception du *HCI*. Caselli (2016b) utilise ensuite la relation entre ces trois dimensions et le niveau du PIB *per capita* afin d'identifier le rôle de chacun des écarts entre ces mesures sur les différences de PIB *per capita*. Des comparaisons géographiques sont également conduites en distinguant cinq sous-régions au niveau mondial.

Campbell and Üngör (2020) proposent une mesure du capital humain toujours basée sur la formulation proposée par Caselli (2016b) et Caselli (2016a) reprenant les trois mêmes composantes. Il trouvent que leur mesure est fortement corrélée avec le *HCI* (Coefficient de Pearson égal à 0,945) qui est en train de devenir une référence.

Une mesure alternative du capital humain et avec une philosophie proche de celle du *HCI*, a été proposée par Lim et al. (2018). Elle s'appuie sur quatre dimensions à savoir le niveau d'éducation, l'apprentissage, la santé et la survie pour 195 pays. Cette mesure a été calculée pour ces pays entre 1990 et 2016 et est mise à jour annuellement.

En 2019, Angrist et al. (2019) ont construit une autre base de données portant spécifiquement sur la dimension éducation. Celle-ci couvre 164 pays et territoires représentant 98% de la population mondiale entre 2000 et 2017. Cette base de données standardisées est annuellement mise à jour, libre d'accès et permet d'effectuer des comparaisons. Les données de cette base sont largement utilisées pour mesurer la dimension *éducation* du *HCI*. Elle permet aussi de présenter des faits stylisés et de construire des modèles de manière à analyser des relations entre le capital humain, notamment dans la dimension

qualité de l'éducation et d'autres variables d'intérêt en terme de développement économique. Il est également possible de faire des comparaisons entre plusieurs groupes de pays tant au niveau du *HCI* que de ses dimensions liées à l'éducation. En utilisant les données de cette base, Angrist et al. (2019) développent aussi une mesure du capital humain basée sur la qualité de l'éducation et la comparent à des mesures alternatives issues des données des Penn World Tables.

En plus des chercheurs qui travaillent au niveau de la conception et de la mesure du *HCI*, plusieurs construisent les bases de données nécessaires aux calculs alors que d'autres auteurs utilisent le *HCI* à des fins d'analyse. En effet, dans leur article, Collin and Weil (2020) ne s'intéressent pas à la conception du *HCI* elle-même mais l'utilisent dans un cadre dynamique et de simulation pour analyser les effets de variations de l'indice sur les taux de croissance et sur les mesures de pauvreté. Ils considèrent plusieurs scénarii relatifs à l'évolution du *HCI* pour la cohorte des 20-24 ans dans la population.

Pasquini and Rosati (2020) estiment quant à eux, le *HCI* au niveau provincial en Italie. Leur objectif est de capter et de confirmer l'hétérogénéité en matière de capital humain, entre 110 provinces italiennes en 2016. Les auteurs proposent par ailleurs, un classement provincial en trois groupes basés sur le niveau du *HCI* et sur le revenu *per capita*. Ils déduisent les caractéristiques socio-économiques permettant d'expliquer ces différences entre les groupes de provinces en terme de développement humain.

Il nous semble donc légitime de croire qu'au niveau de chacune des étapes de construction du *HCI* i.e. conception, formulation, indicateurs élémentaires, mesures des variables, estimation des paramètres et analyse, plusieurs sources d'incertitude peuvent être identifiées. Par exemple, dans l'article de Collin and Weil (2020), il ressort que tout changement dans le niveau du *HCI* implique un changement dans le niveau du PIB *per capita* et sur le taux de pauvreté. Ainsi, toute incertitude relative à la mesure du *HCI* se traduira *de facto* en une incertitude sur ces autres indicateurs (PIB *per capita* et pauvreté). De façon générale, l'incertitude relative à l'indice développé par Kraay (2018) se retrouve aux niveaux de toutes les analyses et de tous les classements basés sur ce dernier et peuvent donc être remis en question. Notre approche apporte une contribution dans ce sens en proposant la construction d'intervalles de confiance (mesure d'incertitude) au *HCI* en utilisant des méthodes statistiques avérées. L'extension de notre méthode peut se faire pour rendre compte de cette incertitude sur les autres grandeurs liées au *HCI* déduites dans d'autres analyses (PIB *per capita*, taux de croissance, taux de pauvreté, ...).

2.1 Présentation du *HCI*

Le *HCI* est une mesure qui se veut transparente et compréhensible de manière à aider à la mise en place de politiques publiques liées à l'éducation et/ou la santé. Cet indice composite combine des dimensions liées à la santé et à l'éducation. Il donne une esti-

mation de la qualité du capital humain qu'un nouveau-né né aujourd'hui peut espérer obtenir à l'âge de 18 ans étant donné les conditions de santé et de scolarisation dans un espace géographique spécifié. La définition donnée par Kraay (2018) à cet Indice de capital humain est la suivante :

"The Human Capital Index (HCI) is an international metric that benchmarks key components of human capital across countries. Measuring the human capital that a child born today can expect to attain by her 18th birthday, the HCI highlights how current health and education outcomes shape the productivity of the next generation of workers. In this way, it underscores the importance for governments and societies of investing in the human capital of their citizens."

Source : Kraay (2018)

Le *HCI* vise donc à caractériser les décisions prises d'aujourd'hui sur le capital humain de la prochaine génération. Les trois composantes prises en considération dans la construction du *HCI* sont :

- Les chances de survie mesurée à l'aide du taux de mortalité des enfants de moins de 5 ans ;
- Les années de scolarité corrigées des acquis (ou acquis scolaires harmonisés) qui prennent en compte la qualité de l'éducation ;
- La santé qui s'appuie sur deux sous-composantes à savoir le taux de retard de croissance chez les enfants de moins de 5 ans et le taux de survie à l'âge adulte, défini comme la proportion d'adolescents de 15 ans qui atteindront l'âge de 60 ans.

Ces trois composantes sont combinées pour déduire le niveau de productivité d'un travailleur adulte tel que déduit par des études économétriques antérieures. Par construction, le *HCI* est exprimé dans une mesure de productivité par rapport à une référence optimale qui découle d'une éducation complète et d'une parfaite santé. Il varie théoriquement entre 0 et 1. Ceci signifie que dans un espace géographique où un enfant né aujourd'hui peut s'attendre à bénéficier d'une santé et d'une éducation complètes, c'est-à-dire sans retard de croissance, avec une probabilité de survie jusqu'à l'âge adulte égale à un et une scolarité de haute qualité sur une période de 14 années d'école avant l'âge de 18 ans, le *HCI* serait égal à 1 (Filmer and Rogers, 2018). Sur les données observées, cet indice varie entre 0,8 et 0,9 pour les pays qui investissent le plus en termes de santé et d'éducation et entre 0,3 et 0,4 pour les pays qui investissent le moins dans ces domaines (WB, 2019). Formellement, le *HCI* s'écrit :

$$HCI = \text{Survival} \times \text{School} \times \text{Health} \quad (1)$$

où

$$\text{Survival} = \frac{p}{p^*} \quad (2)$$

et p , le taux de survie des enfants de moins de 5 ans, autrement dit :

$$p = 1 - TME_{-5} \quad (3)$$

où TME_{-5} est le taux de mortalité des enfants de moins de 5 ans et $p^* = 1$;

$$\text{School} = e^{\phi(S_{NG} - s^*)} \quad (4)$$

avec

$$S_{NG} = ESY \cdot \frac{TS}{sc^*} \quad (5)$$

et avec TS le score harmonisé des tests scolaires, $ESY = \sum_{a=4}^{17} ENR_a$ le nombre d'années de scolarisation espérées et où ENR_a est le taux de scolarisation des enfants d'âge a . Il est donc supposé qu'une éducation est complète et de qualité lorsque le nombre d'années est égal à $s^* = 14$ ans et avec un score sc^* de 625 points aux tests harmonisés.³

Finalement, la troisième composante s'écrit :

$$\text{Health} = e^{\frac{1}{2}(\gamma_{ASR}(ASR - z^*) + \gamma_{Stunting}(NSR - z^*))} \quad (6)$$

où ASR est le taux de survie des adultes, NSR le complément à un du taux de retard de croissance et $z^* = 1$.

Les paramètres p^* , s^* , z^* et sc^* sont donc des valeurs de référence caractérisant le niveau de capital humain correspondant à une éducation et une santé complètes. Kraay (2018) considère les valeurs rapportées ci-dessus respectivement pour le taux de survie, le nombre d'années d'étude, la santé et le score harmonisé.

Par ailleurs, ϕ , γ_{ASR} et $\gamma_{Stunting}$ sont des paramètres qui permettent de convertir les composantes du *HCI* en contributions respectives à la productivité. Kraay (2018) calcule le *HCI* en donnant à ces paramètres respectivement, les valeurs 0,08, 0,65 et 0,35 et ce pour tous les pays. Ainsi, en s'appuyant sur des données empiriques, Kraay (2018) postule qu'une année d'éducation supplémentaire augmente le revenu de 8% à l'âge adulte (ϕ). De plus, il suppose que lorsque le taux de survie des adultes augmente de 10 points de pourcentage, leur taille s'accroît de 1,9 centimètre et que la productivité d'un adulte augmente de 3,4% pour chaque centimètre supplémentaire ($\gamma_{ASR} = 0,19 \times 3,4\% = 0,65\%$). Finalement, il est également généralement admis qu'une réduction du retard de croissance de 10 points de pourcentage augmente la taille à l'âge adulte de 1,02 centimètre et accroît par conséquent, la productivité de 3,5% ($\gamma_{Stunting} = 0,102 \times 3,4\% = 0,35\%$).

Ce nouvel indicateur, bien que novateur et pertinent, fait face à plusieurs critiques notamment en ce qui a trait aux classements entre les pays et dans le temps et donc qui

3. Voir Kraay (2018) section A2.2 pour les détails sur la méthodologie de détermination de l'ajustement de la qualité de l'éducation par l'harmonisation de tests multinationaux.

remet en question la robustesse de ces derniers.

2.2 A propos de la robustesse du *HCI*

Kraay (2018) identifie lui-même plusieurs sources d’incertitude relatives au calcul du *HCI* selon les pays. *A priori* chacune des trois composantes pourrait être estimée avec une marge d’erreur. Il recommande l’usage d’intervalles de confiance reflétant cette im-précision pour chacune des composantes. Pour les taux de survie calculés à partir du taux de mortalité des enfants de moins de 5 ans, il propose l’utilisation de l’estima-tion de l’Unicef.⁴ Pour la deuxième composante, c’est à dire celle relative aux acquis scolaires harmonisés, Kraay (2018) identifie deux sources d’incertitude et utilise la mé-thode du bootstrap proposée par Patrinos and Angrist (2018) pour déterminer des inter-valles de confiance associés à cette mesure. Concernant la troisième composante, il utilise conjointement des estimations du Programme des Nations-Unies pour le développement (PNUD) et de l’Institute for Health Metrics and Evaluation (IHME) pour obtenir des bornes inférieures et supérieures pour les taux de survie à l’âge adulte.

Pour la sous-composante relative au retard de croissance chez les enfants de moins de 5 ans, Kraay (2018) suggère l’utilisation des estimations par intervalle données par l’Unicef, l’Organisation mondiale de la santé (*OMS*) et la Banque mondiale lorsqu’elles sont dis-ponibles. Finalement, en l’absence d’une distribution conjointe des incertitudes relatives aux différentes composantes qui permettraient de prendre en considération simultané-ment et de façon liée ces incertitudes⁵, Kraay (2018) propose une méthode simple pour construire un intervalle de confiance pour le *HCI*. Cette approche consiste à retenir les bornes inférieures ou supérieures des composantes d’intérêt. Par ce fait, il suppose une forte corrélation entre les différentes composantes du *HCI*.

Il découle en tout état de cause que si les intervalles de confiance du *HCI* construits avec la méthode proposée par Kraay (2018) entre deux pays se chevauchent, il faut être pru-dent dans l’interprétation de ce classement et préférer l’utilisation de la valeur du *HCI* elle-même. Ceci est notamment recommandé lorsqu’il s’agit de mettre en place des poli-tiques visant à accroître la productivité des travailleurs de la prochaine génération. Dans la mise à jour de son rapport, la Banque mondiale a même choisi de ne plus présenter le classement des pays selon la valeur du *HCI* mais plutôt de la rapporter par groupes de pays dont le *HCI* appartient à un intervalle donné (WB, 2020). Quatre raisons justifient ce choix. La première est que souvent les indicateurs élémentaires utilisés pour construire ces indices composites peuvent ne pas être parfaitement identiques entre les pays. C’est le cas par exemple, des tests scolaires qui peuvent être passés à des âges différents dépen-damment des pays. Dans le cas du *HCI*, il n’existe pas encore à notre connaissance, de

4. Cf. <https://data.unicef.org/topic/child-survival/under-five-mortality/>.

5. Ou du moins la non disponibilité d’une matrice de variances-covariances relative aux estimateurs de ces composantes.

mesures fiables de la qualité de l'enseignement supérieur qui soient comparables dans la plupart des pays du monde. Une deuxième limite est que pour une variation marginale du score du *HCI* pour un pays donné, le nombre de places gagnées (ou perdues) dans le classement serait différent d'un intervalle à l'autre, dépendamment de la densité en termes de nombre de pays dans chaque intervalle. Autrement dit, le nombre de pays appartenant à un intervalle de scores donné peut influencer les changements observés dans le classement. Une troisième raison est que le classement détermine par définition une position relative par rapport aux autres. Ainsi, les gains ou les pertes qui pourraient être observés pour un pays donné entre deux périodes peuvent ne pas clairement apparaître si l'ordre ne change pas. Finalement, les auteurs du rapport de la Banque mondiale mentionnent que la mission de cet indicateur n'est pas de comparer des pays mais plutôt de mesurer la perte de productivité d'un enfant né aujourd'hui lorsqu'il aura atteint l'âge adulte et de mettre en place des politiques qui permettront d'améliorer la situation du pays (WB, 2020). La comparaison dans le temps, à la condition que la méthodologie reste la même, devrait donc être préférée.

Cette réflexion sur le classement du *HCI* et la comparaison dans l'espace nous amène à nous questionner sur la prise en compte de l'incertitude dans le calcul même du *HCI*. Plusieurs auteurs ont déjà souligné le manque de robustesse du *HCI* dès sa conception. Pasquini and Rosati (2020) soulignent le fait que fixer les valeurs de ϕ et γ_{ASR} tel que proposé par Kraay (2018) peut s'avérer arbitraire.⁶ Pour prendre en considération une partie de cette incertitude, ils procèdent à une analyse de sensibilité limitée de leurs résultats. Toutefois, leur approche consiste à faire varier les deux paramètres de manière *ad hoc*, ϕ et γ_{ASR} de 0,08 et 0,65 à 1 simultanément.⁷ Leurs résultats montrent que la valeur du *HCI* change substantiellement mais que le classement des provinces italiennes n'est pas affecté par ce changement de valeur dans les paramètres. Ce constat pose ici encore, le problème de fiabilité du classement qui en découle.⁸ Une autre mesure de sensibilité limitée proposée par les auteurs, consiste à faire varier la façon dans laquelle certaines composantes relatives à la dimension éducation utilisées dans le calcul du *HCI*. Ici encore, les auteurs trouvent que les valeurs du *HCI* diffèrent mais que les positions restent globalement inchangées. En procédant ainsi, Pasquini and Rosati (2020) identifient une autre source d'incertitude dans le calcul du *HCI*, celle relative à la mesure des indicateurs élémentaires.

Angrist et al. (2019) sont également conscients de l'incertitude relative aux mesures et aux classements proposés sur la base du *HCI* en remettant en question les valeurs de la sous-composante éducation. Ils supposent que les scores obtenus par les élèves dans différents pays suivent asymptotiquement une *Loi Normale* et construisent des intervalles de confiance en utilisant la méthode de bootstrap. Ces auteurs identifient explicitement

6. Ces auteurs ne considèrent par ailleurs qu'une seule dimension dans la composante santé.

7. Voir dans la section 2.1 l'origine des valeurs de ϕ et γ_{ASR} utilisées par Kraay (2018).

8. Voir figure 14 p. 25 de Pasquini and Rosati (2020).

une source d'incertitude associée à la dimension éducation du *HCI*.

Ainsi comme nous l'avons souligné, Kraay (2018), le concepteur du *HCI*, est conscient de la limite de l'approche qu'il propose pour construire les intervalles de confiance du *HCI*. En effet, il ne prend pas en considération toute l'incertitude relative à l'estimation des paramètres ϕ , γ_{ASR} et $\gamma_{Stunting}$ et leur impact dans l'approche des rendements de l'éducation et de la santé utilisées dans le calcul du *HCI*.

Dans cet article, nous faisons aussi le constat de l'existence de plusieurs sources d'incertitude dans le calcul du *HCI* et dans le classement qui en découle. Notre proposition consiste précisément à améliorer cet aspect tant aux niveaux théorique qu'empirique. Les intervalles de confiance qui seront construits avec notre méthode permettront de nuancer les comparaisons peu robustes découlant des classements entre pays ou dans le temps.

3 Méthodologie et données

L'incertitude associée au *HCI* émane des trois paramètres ϕ , γ_{ASR} et $\gamma_{Stunting}$ qui peuvent être estimés de façon classique sur le plan économétrique mais aussi des valeurs des variables qui rentrent dans le calcul de chaque composante du *HCI* (*TME*, *ESY*, *TS*, *ASR* et *NSR*). Une conception bayésienne i.e. avec des *a priori* sur l'incertitude relative à ces huit variables serait également possible avec notre approche.

3.1 Présentation de la méthode

L'approche que nous proposons pour capter l'incertitude autour de l'estimation ponctuelle du *HCI* à travers la construction d'intervalles de confiance, s'inspire de Rao (1973) reprise et détaillée par Abdelkhalek and Dufour (1998). Il s'agit d'une méthode basée sur les projections de régions de confiance. De façon formelle, nous considérons les deux sources d'incertitude soulignées ci-dessus, reconnues par Kraay (2018) mais jamais traitées simultanément.

Soit β le vecteur des huit sources d'incertitude identifiées dans notre cas et soit C , la région de confiance simultanée rectangulaire de niveau $1 - \alpha$ et associée à β .⁹ Autrement dit, comme le font Abdelkhalek and Dufour (1998), nous considérons :

$$P[\beta \in C] \geq 1 - \alpha \tag{7}$$

où C est un sous-ensemble de \mathbb{R}^8 et avec $0 \leq \alpha < 1$. A toute valeur de $\beta \in C$ correspond

9. La région de confiance est rectangulaire puisqu'il est impossible de disposer d'une estimation de la matrice de variances-covariances relative aux estimateurs des huit paramètres/variables considérés. Si une telle matrice est disponible, des régions de confiance ellipsoïdales peuvent être construites et retenues à ce niveau. Pour plus de détails voir le commentaire de Kraay (2018) (P. 51) et la solution proposée dans Abdelkhalek and Dufour (1998).

une valeur possiblement différente du *HCI* et inversement, à toute valeur du *HCI* correspondrait au moins une valeur de $\beta \in C$. Notons par $g(C)$ l'ensemble image de C dans \mathbb{R} à travers la fonction $g(\cdot)$ tel que $g : \mathbb{R}^8 \rightarrow \mathbb{R}$ qui correspond à la fonction permettant de calculer le *HCI*. Comme Rao (1973) le montre, $g(C)$ est un intervalle de confiance de niveau de $1 - \alpha$ pour $g(\beta)$ et donc pour le *HCI*. C'est précisément à ce niveau que réside la contribution théorique de cet article. En effet, puisque $\beta \in C \Rightarrow g(\beta) \in g(C)$ alors

$$P[g(\beta) \in g(C)] \geq P[\beta \in C] \geq 1 - \alpha. \quad (8)$$

Par ailleurs, soient $g^L(C)$ et $g^U(C)$ respectivement les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle de confiance de $g(\beta)$ et définies tel que :

$$\begin{aligned} g^L(C) &= \inf \{g(\beta) : \beta \in C\} \\ g^U(C) &= \sup \{g(\beta) : \beta \in C\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Donc, pour tout $\beta \in C$, nous en déduisons

$$g(\beta) \in g(C) \Rightarrow g^L(C) \leq g(\beta) \leq g^U(C) \quad (10)$$

et donc que en combinant (8) et (10) :

$$P[g^L(C) \leq g(\beta) \leq g^U(C)] \geq P[g(\beta) \in g(C)] \geq P[\beta \in C] \geq 1 - \alpha. \quad (11)$$

Ainsi, étant donnée l'information dont nous disposons *a priori* sur l'incertitude relative aux huit paramètres/variables contenus dans β et traduite dans la région C , nous pouvons construire numériquement l'intervalle de confiance pour $g(\beta)$ c'est-à-dire pour le *HCI*.

Comme le proposent Abdelkhalek and Dufour (1998), la procédure numérique consiste à minimiser puis à maximiser $HCI = g(\beta)$ sous les cinq contraintes qui permettent de calculer le *HCI* (équations 2 à 6) et de la définition de la région de confiance de confiance simultanée de C de β qui repose sur des inégalités (deux par source d'incertitude soit 16 au total)¹⁰.

Pour résoudre ce programme mathématique fortement non linéaire, nous utilisons le logiciel GAMS. Précisons que dans cette approche, les trois paramètres qui apparaissent dans le calcul du *HCI* (soient ϕ , γ_{ASR} et $\gamma_{Stunting}$) deviennent des variables au même titre que les cinq autres sources d'incertitude (*TME*, *ESY*, *TS*, *ASR* et *NSR*). Lors de la résolution, un balayage complet est réalisé sur toutes ces sources, simultanément dans la région C considérée, contrairement à une analyse de sensibilité limitée sur des valeurs discrètes de ces paramètres comme ce que proposent Kraay (2018) et Pasquini and Rosati (2020).

Le système suivant doit donc être résolu deux fois (minimisation et maximisation) et ce

10. La formulation mathématique de ce système est détaillée ci-après.

pour pour chaque pays retenu pour comparaison.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{Min/Max}_{\beta} [g(\beta) = HCI(\beta)] \\
 \text{Sous les contraintes suivantes :} \\
 HCI = \text{Survival} \times \text{School} \times \text{Health} \\
 \text{Survival} = \frac{p}{p^*} \\
 p = 1 - TME_{-5} \\
 \text{School} = e^{\phi(S_{NG} - s^*)} \\
 S_{NG} = ESY \frac{TS}{sc^*} \\
 \text{Health} = e^{\frac{1}{2}(\gamma_{ASR}(ASR - z^*) + \gamma_{Stunting}(NSR - z^*))} \\
 p^* = 1 \quad ; \quad s^* = 14 \quad ; \quad z^* = 1 \quad ; \quad sc^* = 625 \\
 \phi^L \leq \phi \leq \phi^U \quad ; \quad \gamma_{ASR}^L \leq \gamma_{ASR} \leq \gamma_{ASR}^U \quad ; \quad \gamma_{Stunting}^L \leq \gamma_{Stunting} \leq \gamma_{Stunting}^U \\
 TME^L \leq TME \leq TME^U \quad ; \quad ESY^L \leq ESY \leq ESY^U \quad ; \quad TS^L \leq TS \leq TS^U \quad ; \\
 ASR^L \leq ASR \leq ASR^U \quad ; \quad NSR^L \leq NSR \leq NSR^U
 \end{array} \right. \quad (12)$$

avec β un vecteur de huit composantes qui sont ϕ , γ_{ASR} et $\gamma_{Stunting}$, TME , ESY , TS , ASR et NSR . Les trois dernières lignes du système 12 définissent de façon explicite la région de confiance simultanée rectangulaire relative à ces huit sources d'incertitude, notée C précédemment.¹¹

3.2 Données

Pour démontrer que l'approche proposée dans cet article peut être mise en œuvre et systématisée, nous utilisons la base de données construite par la Banque mondiale pour calculer le HCI et utilisée dans le rapport de 2020 (WB, 2020).¹² Kraay (2018) présente de façon détaillée la construction de chacun des indicateurs et leurs sources.

En 2020, cette base concerne 217 juridictions (pays et territoires) et contient *a priori* tous les indicateurs nécessaires au calcul du HCI . A ces indicateurs, nous avons ajouté une variable désignant la région dans laquelle se trouve chacun des pays à partir de la classification de la Banque mondiale dans laquelle six régions sont identifiées.¹³ Cette variable *région* nous a permis de construire les bornes plausibles pour chacune des variables de notre système.¹⁴

11. Le système que nous proposons ici est général et il reste inchangé même dans le cas où une ou plusieurs incertitudes disparaissent (les bornes inférieure et supérieure seraient alors égales pour l'incertitude concernée).

12. Pour une définition détaillée des indicateurs utilisés dans le calcul du HCI et pour accéder à la base de données brute voir <https://databank.banquemondiale.org/source/human-capital-index>.

13. Voir <https://donnees.banquemondiale.org/>

14. Cette variable pourrait également servir à des comparaisons intra-régions.

Signalons que plusieurs valeurs de certains indicateurs contenus dans la base se sont révélées manquantes pour quelques pays. Toutefois, étant donnée la nature démonstrative de cet article, nous n'avons retenu que les juridictions pour lesquelles nous avons toute l'information pour les variables intermédiaires du calcul du *HCI*. La base de données finale sur laquelle notre exercice est réalisé contient 91 pays.¹⁵

Le premier traitement que nous avons fait consiste à construire la région de confiance simultanée rectangulaire (C) pour les huit sources d'incertitude telle qu'elle ressort dans le système 12. Pour ce faire, nous avons d'abord déduit, au niveau de chaque région parmi les six, les valeurs minimales et maximales de chacune des cinq variables observées pour chaque pays.¹⁶ Ces valeurs sont alors considérées respectivement comme des bornes inférieures et supérieures pour chacun des pays dans sa région dans notre programme d'optimisation. Normalement ces cinq variables sont calculées à partir d'enquêtes statistiques propres à chaque pays et seraient accompagnées d'écart-types appropriés qui permettraient alors de construire des intervalles de confiance pour ces mêmes grandeurs. Dans cet article de portée plus méthodologique, nous n'avons pas été jusqu'à ce niveau d'autant plus qu'il est impossible de disposer à notre niveau de ces écart-types pour tous les pays et pour toutes les variables.¹⁷

Pour les trois autres sources d'incertitudes (ϕ , γ_{ASR} et $\gamma_{Stunting}$) qui sont des paramètres au sens économétrique, il aurait été idéal là encore, d'avoir des estimations ponctuelles et des écart-types (ou idéalement une matrice de variances-covariances) associés à l'estimation de ces paramètres pour chaque pays. Ces données auraient alors permis de construire la région de confiance C de façon plus rigoureuse. Cependant, comme Kraay (2018) le fait remarquer, cette information n'est pas disponible même pour l'estimation ponctuelle. Comme nous l'avons souligné dans la section 1, pour ces trois paramètres la Banque mondiale utilise les mêmes valeurs pour tous les pays (WB (2019) et WB (2020)). Dans notre cas, nous avons considéré que la valeur de ϕ se trouve entre 0,05 et 0,09 pour tous les pays sachant que l'estimation ponctuelle usuellement retenue est égale à 0,08. Pour les deux autres paramètres, les bornes retenues sont 0,45 et 0,8 pour γ_{ASR} (pour une estimation ponctuelle de 0,65) et 0,25 et 0,45 pour $\gamma_{Stunting}$ (pour une estimation ponctuelle de 0,35).¹⁸ Suite à cette deuxième étape, la région de confiance C considérée, se trouve entièrement délimitée.

15. Nous avons concentré notre travail sur l'année 2020. Toutefois, il peut être répliqué pour n'importe quelle année et pour n'importe quel nombre de pays ou groupes de pays.

16. Les cinq variables ayant subi ce traitement sont : NSR , ASR , ESY , TS et p .

17. Ce traitement de données a été réalisé avec le logiciel STATA, version 16.

18. Dans les tableaux 2 à 5 en annexe, nous reproduisons les estimations ponctuelles et les bornes pour les cinq sources d'incertitude variant en fonction de la région d'appartenance des 91 pays considérés.

3.3 Implémentation et résolution

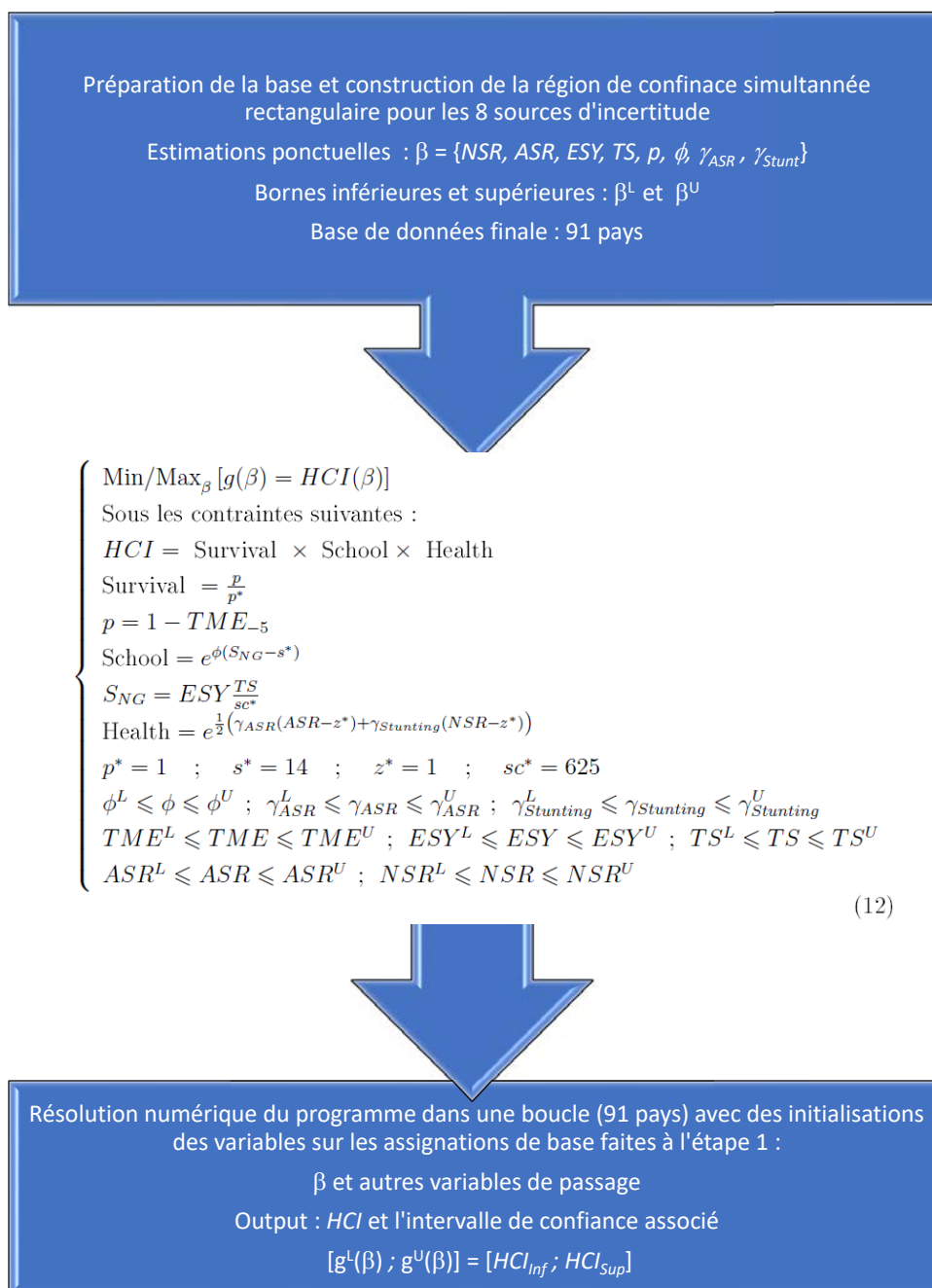
L'implémentation consiste à résoudre le système 12 en utilisant un logiciel spécialisé.¹⁹ Dans l'écriture du programme, la première étape consiste à importer la base de données introduite dans la section 3.2 et faire l'assignation des valeurs aux huit variables du système ainsi que les bornes qui définissent la région C .²⁰ Pour vérification, nous commençons par calculer la valeur du *HCI* pour 2020 pour chaque pays sur la base des estimations ponctuelles qui ont été importées. Les résultats obtenus sont les mêmes que ceux présentés dans le rapport WB (2020).

Dans la deuxième étape, toutes les équations du système 12 sont introduites ainsi que les 16 inégalités définissant la région de confiance des huit variables sous incertitude comme expliqué ci dessus. Les initialisations appropriées sont également introduites. Dans une boucle qui résout le système pour chacun des 91 pays de notre base, le programme est résolu deux fois. La première pour minimiser le *HCI* sous l'ensemble des contraintes et la seconde, pour le maximiser. Nous obtenons alors respectivement la valeur minimale et maximale du *HCI* pour chacun des pays considérés. La figure 1 schématise l'implémentation et la résolution.

19. Dans notre cas, nous avons utilisé le logiciel GAMS.

20. A cette étape, ϕ , γ_{ASR} et $\gamma_{Stunting}$ sont considérés comme des variables.

FIGURE 1: Schématisation de l'algorithme de résolution



Source : Auteurs

4 Résultats et discussion

Une fois le système 12 résolu pour chaque pays (minimisation et maximisation), les résultats relatifs aux bornes inférieures et supérieures du *HCI* sont récupérés. Le tableau 1 présente ces résultats en intervalles de confiance pour les 91 pays auxquels nous avons ajouté les valeurs ponctuelles calculées du *HCI*. Les pays sont donc classés par ordre croissant de leur *HCI* en 2020 comme continue de le faire la Banque mondiale.

Comme attendu, les intervalles de confiance obtenus sont plus informatifs pour chaque pays. Ils permettent aussi de faire des comparaisons entre les pays mais surtout dans le temps.²¹ Par exemple pour le cas du Maroc, il ressort que l'estimation ponctuelle du *HCI* en 2020 est égale à 0,504. Nos résultats montrent que cet indice serait en fait compris entre 0,493 et 0,514 à cause justement des différentes incertitudes relatives à son calcul, telles que nous les avons approchées et intégrées dans notre méthode. Une analyse similaire faite pour un pays d'Amérique Latine comme le Paraguay par exemple, fait ressortir que cet intervalle de confiance est plus large (de 0,510 à 0,542) pour une estimation ponctuelle de 0,528. Ce constat s'observe pour la plupart des pays de ce continent. Il convient de remarquer que les intervalles relatifs aux pays asiatiques sont plus courts que ceux obtenus pour les pays africains ou latino-américains. Ceci s'explique par le fait que les informations contenues dans la base de données relatives aux pays asiatiques sont très rapprochées les unes des autres (plus faible dispersion et donc moins d'incertitude) contrairement aux pays africains ou latino-américains entre lesquels nous retrouvons plus de dispersion sur les données de base ce qui témoigne de plus d'incertitude.

Au niveau des comparaisons entre les pays, les résultats semblent plus fiables et plus robustes. En effet, sur une base ponctuelle, on peut déduire que le *HCI* de l'Égypte (0,494) est plus faible que celui du Maroc (0,504) et de la Tunisie (0,517). Cependant, l'examen des intervalles de confiance pour ces *HCI* pour ces trois pays conduisent à nuancer ces classements. Nous constatons facilement que ces intervalles de confiance des *HCI* pour ces trois pays se chevauchent au moins deux à deux ce qui rend ambiguës certaines comparaisons. Il est par ailleurs, connu que toutes les valeurs contenues dans un intervalle de confiance sont statistiquement équivalentes. Ainsi, le score du *HCI* de l'Égypte (0,494) appartient à l'intervalle de confiance construit pour le *HCI* du Maroc. C'est le cas pour une infinité d'autres valeurs de l'intervalle de confiance du *HCI* de l'Égypte. Il ressort également, qu'il y a une très nette intersection entre les intervalles de confiance des *HCI* construits pour le Maroc et pour la Tunisie. Des résultats semblables sont observés en comparant les intervalles de confiance des *HCI* construits pour le Sénégal et l'Afrique du Sud par exemple. Pour ces raisons et comme nous l'avons souligné dans la section 2.2, les comparaisons basées seulement sur les estimations ponctuelles du

21. Notons que notre méthode peut être utilisée plusieurs années de suite pour un même pays. Les intervalles de confiance qui en découleraient peuvent être examinés pour conclure à propos de la significativité des progrès réalisés en matière du *HCI* dans le temps.

Tableau 1: Région de confiance du *HCI*

Pays	<i>HCI</i> _{Inf}	<i>HCI</i>	<i>HCI</i> _{Sup}	Pays	<i>HCI</i> _{Inf}	<i>HCI</i>	<i>HCI</i> _{Sup}
Chad	0,282	0,300	0,317	Bangladesh	0,455	0,464	0,472
South Sudan	0,267	0,307	0,334	Zimbabwe	0,444	0,467	0,488
Niger	0,295	0,316	0,333	Myanmar	0,459	0,478	0,494
Mali	0,307	0,318	0,329	Honduras	0,469	0,481	0,491
Liberia	0,303	0,319	0,332	Cambodia	0,471	0,492	0,507
Nigeria	0,335	0,361	0,381	India	0,489	0,494	0,498
Mozambique	0,343	0,362	0,377	Egypt	0,480	0,494	0,508
Angola	0,330	0,362	0,385	Guyana	0,477	0,495	0,510
Sierra Leone	0,345	0,363	0,379	Dominican Re- public	0,489	0,503	0,515
Congo, Dem. Rep.	0,344	0,366	0,385	Morocco	0,493	0,504	0,514
Guinea	0,352	0,371	0,387	Tajikistan	0,481	0,504	0,525
Eswatini	0,352	0,373	0,390	Nepal	0,490	0,505	0,519
Yemen, Rep.	0,353	0,373	0,388	Nicaragua	0,500	0,508	0,516
Sudan	0,362	0,377	0,391	Philippines	0,501	0,516	0,531
Rwanda	0,364	0,380	0,392	Tunisia	0,508	0,517	0,525
Cote d'Ivoire	0,362	0,380	0,398	Paraguay	0,510	0,528	0,542
Mauritania	0,345	0,382	0,406	Algeria	0,527	0,535	0,542
Ethiopia	0,372	0,383	0,392	Jamaica	0,518	0,535	0,548
Burkina Faso	0,363	0,384	0,402	Indonesia	0,530	0,540	0,550
Uganda	0,371	0,384	0,396	El Salvador	0,531	0,546	0,560
Burundi	0,364	0,386	0,406	Kenya	0,527	0,547	0,565
Tanzania	0,377	0,390	0,401	North Macedo- nia	0,551	0,557	0,563
Madagascar	0,375	0,392	0,409	Azerbaijan	0,562	0,578	0,591
Zambia	0,381	0,397	0,410	Armenia	0,569	0,579	0,589
Cameroon	0,377	0,397	0,418	Bosnia and Her- zegovina	0,571	0,580	0,588
Afghanistan	0,387	0,400	0,413	Moldova	0,575	0,584	0,593
Lesotho	0,375	0,400	0,423	Ecuador	0,585	0,594	0,603
Comoros	0,360	0,405	0,434	Kyrgyz Rep.	0,587	0,597	0,605
Pakistan	0,392	0,406	0,419	Sri Lanka	0,592	0,598	0,604
Iraq	0,401	0,408	0,414	Argentina	0,592	0,602	0,612
Malawi	0,395	0,413	0,429	St. Lucia	0,588	0,603	0,615
Congo, Rep.	0,393	0,419	0,440	Colombia	0,592	0,604	0,616
Solomon Isl.	0,409	0,420	0,430	Peru	0,593	0,605	0,616
Senegal	0,404	0,420	0,435	Thailand	0,598	0,609	0,620
Gambia, The	0,394	0,422	0,442	Malaysia	0,601	0,611	0,621
South Africa	0,414	0,425	0,437	Mexico	0,605	0,613	0,621
Papua New Guinea	0,413	0,429	0,444	Bulgaria	0,603	0,614	0,625
Togo	0,410	0,432	0,452	Mongolia	0,597	0,614	0,630
Namibia	0,423	0,446	0,465	Kazakhstan	0,622	0,629	0,635
Haiti	0,428	0,447	0,463	Montenegro	0,624	0,633	0,641
Ghana	0,438	0,450	0,462	Albania	0,625	0,634	0,643
Timor-Leste	0,432	0,454	0,472	Turkey	0,641	0,649	0,658
Vanuatu	0,436	0,455	0,470	China	0,640	0,653	0,665
Lao PDR	0,441	0,457	0,470	Serbia	0,665	0,677	0,687
Gabon	0,433	0,458	0,478	Vietnam	0,671	0,690	0,708
Guatemala	0,451	0,461	0,470				

Sources : Auteurs

HCI doivent être menées avec prudence. Toutefois, il arrive que certaines comparaisons d'intervalles de confiance permettent de faire des affirmations plus robustes. C'est le cas par exemple de la comparaison des intervalles de confiance du *HCI* du Maroc et de celui de l'Afrique du Sud.

5 Conclusion

Pour suivre les progrès réalisés en matière de développement humain et pour faire des comparaisons dans le temps et dans l'espace, plusieurs institutions internationales ont développé des indices composites. Le plus connu est celui du PNUD ; le célèbre Indice de développement humain (*Human Development Index, HDI*). En 2018, en parallèle, en adoptant une approche développée par Kraay (2018), la Banque mondiale a proposé son propre indice composite, l'Indice du capital humain (*Human Capital Index, HCI*). Cet indice innove dans le sens où il met l'accent sur l'accumulation du capital humain relatif aux générations futures pour les enfants naissant aujourd'hui.

Cet indice comme d'autres utilisées à des fins de comparaisons internationales manquent de robustesse à cause de la non prise en considération systématique des incertitudes relatives à son calcul. Dans le cas du *HCI*, le concepteur de l'indice lui-même, reconnaît cette faiblesse. La solution proposée par Kraay (2018) est simple et *ad hoc*. L'approche que nous proposons dans cet article, comble cette lacune sans remettre en question la pertinence de l'indice ni sa méthode de calcul.

Pour cela, nous proposons une méthode économétrique basée sur des projections pour prendre en considération plusieurs incertitudes relatives au calcul du *HCI*. Le fondement théorique de cette approche est présenté dans notre article ainsi que sa mise en œuvre pratique. En utilisant les données de la Banque mondiale ayant servi au calcul du *HCI* pour 2020, nous lui construisons des intervalles de confiance pour 91 pays. Ceux-ci permettent de faire des comparaisons fiables et beaucoup plus robustes que celles conduites sur des estimations ponctuelles.

Nous croyons que cette approche peut être systématisée par la Banque mondiale par exemple, pour accompagner les estimations ponctuelles du *HCI*. Les intervalles de confiance construits avec notre méthode permettent d'une part d'encadrer l'estimation du *HCI* en lui attribuant sa juste valeur sur le plan statistique. Dans le cas du Paraguay par exemple, dire que le *HCI* est égal à 0,528 est à nuancer puisque la productivité d'un enfant né aujourd'hui aura en réalité une productivité espérée aujourd'hui pour 2038, comprise entre 51% et 54,2%. D'autre part, notre méthode permet également de nuancer les comparaisons découlant des classements dans le temps ou entre pays. Sur la dimension temps, dans l'exemple du Paraguay, si en 2025, le *HCI* calculé était égale à 54%, avec un intervalle semblable à celui de 2020, les progrès réalisés par le Paraguay sur cette période, seraient jugés non significatifs sur le plan statistique. Pour les

comparaisons entre pays nous avons montré par exemple, qu'en 2020 entre le Maroc, la Tunisie et l'Égypte, les intervalles de confiance se chevauchent et qu'il faut dès lors être prudent dans l'interprétation du classement. Par contre, dans d'autres situations, notre approche permet de comparer sans ambiguïté la situation entre deux pays. C'est le cas par exemple, du Maroc en comparaison avec l'Afrique du Sud en 2020.

Dans une prochaine étape, la méthode proposée pourrait être complétée à plusieurs niveaux. En effet, comme nous l'avons mentionné, dans cet article nous avons utilisé les valeurs proposées par Kraay (2018) pour les paramètres ϕ , γ_{ASR} et $\gamma_{Stunting}$. Même si nous avons construit des intervalles de confiance de manière à introduire de l'incertitude à leur niveau, les bornes considérées ne restent qu'illustratives. Il serait donc intéressant d'estimer ces paramètres économétriquement, de déduire les écart-types et les intervalles de confiance correspondant pour chaque pays. A notre niveau, ceci ne pourrait être réalisé que pour quelques pays pour lesquels nous aurions accès aux données. Dans le même ordre d'idée, la région de confiance considérée dans cet article est de type rectangulaire. Il serait intéressant de considérer des régions de confiance ellipsoïdales au moins pour certains paramètres. Pour cela, notre méthode peut facilement être adaptée. L'extension de notre méthode peut aussi se faire pour rendre compte de l'incertitude relative aux grandeurs liées au *HCI* déduites dans d'autres études et analyses (PIB *per capita*, taux de croissance, taux de pauvreté, ...). Enfin et ultimement, nous envisageons rendre rapidement systématique l'usage de cette méthode pour construire des intervalles de confiance aux *HCI* calculés par la Banque mondiale ou d'autres chercheurs, en mettant à disposition en libre-accès nos programmes sous GAMS et R.

Références

- Abdelkhalek, T. and Dufour, J.-M. (1998). Statistical inference for computable general equilibrium models, with application to a model of the moroccan economy. *Review of Economics and Statistics*, 80(4) :520–534.
- Angrist, N., Djankov, S., Goldberg, P. K., and Patrinos, H. A. (2019). *Measuring human capital*. The World Bank.
- Campbell, S. G. and Üngör, M. (2020). Revisiting human capital and aggregate income differences. *Economic Modelling*, 91 :43–64.
- Caselli, F. (2016a). *Accounting for Cross-Country Income Differences : Ten Years Later*. World Bank.
- Caselli, F. (2016b). The latin american efficiency gap. In World-Bank, editor, *Understanding the income and efficiency gap in Latin America and the Caribbean*, pages 33–56.
- Collin, M. and Weil, D. N. (2020). The effect of increasing human capital investment on economic growth and poverty : A simulation exercise. *Journal of Human Capital*, 14(1) :43–83.
- Filmer, D. and Rogers, H. (2018). Learning to realize educations promise. *World Development Report*. The World Bank.
- Kraay, A. (2018). *Methodology for a World Bank human capital index*. The World Bank.
- Lim, S. S., Updike, R. L., Kaldjian, A. S., Barber, R. M., Cowling, K., York, H., Friedman, J., Xu, R., Whisnant, J. L., Taylor, H. J., Leever, A. T., Roman, Y., Bryant, M. F., Dieleman, J., Gakidou, E., and Murray, C. J. L. (2018). Measuring human capital : a systematic analysis of 195 countries and territories, 1990-2016. *The Lancet*, 392(10154) :1217 – 1234.
- Pasquini, A. and Rosati, F. C. (2020). A human capital index for the italian provinces. *IZA Discussion Paper*, (13301).
- Patrinos, H. A. and Angrist, N. (2018). *Global Dataset on Education Quality : A Review and Update (2000–2017)*. The World Bank.
- Rao, C. R. (1973). *Linear statistical inference and its applications*, volume 2. Wiley New York.
- WB (2019). Le projet sur le capital humain.
- WB (2020). The human capital index 2020 update - human capital in the time of COVID-19.

Annexe

Tableau 2: Régions de confiance des cinq composantes sous incertitude *HCI*

Pays	ASR_{Inf}	ASR_{Sup}	ESY_{Inf}	ESY_{Sup}	TS_{Inf}	TS_{Sup}	NSR_{Inf}	NSR_{Sup}	PI_{Inf}	PS_{Sup}
Chad	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
South Sudan	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Niger	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Mali	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Liberia	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Nigeria	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Mozambique	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Angola	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Sierra Leone	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Congo, Dem. Rep.	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Guinea	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Eswatini	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Yemen, Rep.	0,804	0,961	6,932	13,763	321,327	480,752	0,536	0,916	0,945	0,996
Sudan	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Rwanda	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Cote d'Ivoire	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Mauritania	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Ethiopia	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Burkina Faso	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Uganda	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Burundi	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Tanzania	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Madagascar	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Zambia	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Cameroon	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Afghanistan	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998

Tableau 3: Régions de confiance des cinq composantes sous incertitude HCI - Suite

Pays	ASR_{Inf}	ASR_{Sup}	ESY_{Inf}	ESY_{Sup}	TS_{Inf}	TS_{Sup}	NSR_{Inf}	NSR_{Sup}	p_{Inf}	p_{Sup}
Lesotho	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Comoros	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Pakistan	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Iraq	0,804	0,961	6,932	13,763	321,327	480,752	0,536	0,916	0,945	0,996
Malawi	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Congo, Rep.	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Solomon Islands	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Senegal	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Gambia, The	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
South Africa	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Papua New Guinea	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Togo	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Namibia	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Haiti	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Ghana	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Timor-Leste	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Vanuatu	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Lao PDR	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Gabon	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Guatemala	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Bangladesh	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Zimbabwe	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
Myanmar	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Honduras	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Cambodia	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
India	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998

Tableau 4: Régions de confiance des cinq composantes sous incertitude HCI - Suite

Pays	ASR_{Inf}	ASR_{Sup}	ESY_{Inf}	ESY_{Sup}	TS_{Inf}	TS_{Sup}	NSR_{Inf}	NSR_{Sup}	p_{Inf}	p_{Sup}
Egypt, Arab Rep.	0,804	0,961	6,932	13,763	321,327	480,752	0,536	0,916	0,945	0,996
Guyana	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Dominican Republic	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Morocco	0,804	0,961	6,932	13,763	321,327	480,752	0,536	0,916	0,945	0,996
Tajikistan	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Nepal	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Nicaragua	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Philippines	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Tunisia	0,804	0,961	6,932	13,763	321,327	480,752	0,536	0,916	0,945	0,996
Paraguay	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Algeria	0,804	0,961	6,932	13,763	321,327	480,752	0,536	0,916	0,945	0,996
Jamaica	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Indonesia	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
El Salvador	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Kenya	0,523	0,859	4,157	13,084	304,922	472,767	0,458	0,830	0,880	0,986
North Macedonia	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Azerbaijan	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Armenia	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Bosnia and Herzegovina	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Moldova	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Ecuador	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Kyrgyz Republic	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Sri Lanka	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Argentina	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
St. Lucia	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Colombia	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995

Tableau 5: Régions de confiance des cinq composantes sous incertitude *HCI* - Suite^{*,**}

Pays	ASR_{Inf}	ASR_{Sup}	ESY_{Inf}	ESY_{Sup}	TS_{Inf}	TS_{Sup}	NSR_{Inf}	NSR_{Sup}	p_{Inf}	p_{Sup}
Peru	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Thailand	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Malaysia	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Mexico	0,774	0,940	9,590	13,722	337,815	533,998	0,533	0,975	0,935	0,995
Bulgaria	0,844	0,955	11,830	13,936	441,093	543,206	0,930	0,930	0,993	0,998
Mongolia	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Kazakhstan	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Montenegro	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Albania	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Turkey	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
China	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998
Serbia	0,804	0,929	10,858	13,808	390,566	497,546	0,822	0,951	0,965	0,997
Vietnam	0,782	0,955	8,336	13,921	338,657	575,272	0,505	0,919	0,931	0,998

*Rappelons que dans notre cas nous avons considéré pour tous les pays que la valeur de ϕ est comprise entre 0,05 et 0,09, celle de γ_{ASR} entre 0,45 et 0,8 et 0,25 et 0,45 pour $\gamma_{Stunting}$.

**L'ordre des pays est le même que celui du tableau 1 basé sur la valeur du *HCI* à l'estimation ponctuelle.

Sources : Auteurs